

Т Р У Д Ы

ЦЕНТРАЛЬНОГО АЭРОГИДРОДИНАМИЧЕСКОГО ИНСТИТУТА

им. проф. Н. Е. Жуковского

Выпуск 2504

ПОТЕНЦИАЛ СКОРОСТИ В ЗАДАЧЕ ОБТЕКАНИЯ
КОНЦА ПРЯМОУГОЛЬНОГО КРЫЛА,
ИМЕЮЩЕГО ТОЛЩИНУ

С. Ф. Петришин

НЕКОТОРЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ
ПАРАМЕТРИЧЕСКИХ ИССЛЕДОВАНИЙ КРЫЛЬЕВ
С КОНЦЕВЫМИ ШАЙБАМИ

Н. А. Чичеров

ИССЛЕДОВАНИЯ ЭФФЕКТИВНОСТИ
МНОГОЭЛЕМЕНТНЫХ («ПЕРЬЕВЫХ») ЗАКОНЦОВОК
НА ПРЯМОМ КРЫЛЕ ПРИ МАЛЫХ СКОРОСТЯХ

С. А. Кравченко, Н. А. Чичеров

ИЗДАТЕЛЬСКИЙ ОТДЕЛ ЦАГИ

Москва 1991

ПОТЕНЦИАЛ СКОРОСТИ В ЗАДАЧЕ ОБТЕКАНИЯ КОНЦА ПРЯМОУГОЛЬНОГО КРЫЛА, ИМЕЮЩЕГО ТОЛЩИНУ

С. Ф. ПЕТРИШИН

КРАТКОЕ СОДЕРЖАНИЕ

В рамках линейной теории проведено исследование задачи обтекания концевой области прямоугольного крыла, имеющего толщину.

Показано, что линейное решение для тонкого крыла, полученное методом источников, не удовлетворяет с требуемой точностью граничному условию непротекания на его поверхности, основную погрешность в условии непротекания вносит решение в окрестности боковой кромки крыла, что указывает на несправедливость линейного решения в этой области.

Построена математическая модель обтекания боковой кромки крыла, связанная с существованием разрыва потенциала скорости на кромке крыла и образованием поверхности тангенциального разрыва скоростей в ее окрестности.

ОБЩАЯ ПОСТАНОВКА ПРОБЛЕМЫ

При рассмотрении задачи обтекания прямоугольного крыла, имеющего толщину, сверхзвуковым потоком установлено [1], что решение для пластины в том же потоке не удовлетворяет с необходимой точностью условию непротекания на поверхности крыла.

Погрешность в условии непротекания на поверхности крыла в окрестности боковой кромки превышает величины, опущенные при линеаризации уравнений движения. Так, составляющая скорости, нормальная к поверхности боковой кромки крыла, имеет порядок $\alpha/\sqrt{\gamma}$. Этот результат можно получить следующим образом.

Выберем прямоугольную систему координат, связанную с крылом, направив ось OZ по передней сверхзвуковой кромке крыла, ось OX — по концевой хорде крыла, а ось OY — перпендикулярно плоскости XZ , которая является срединной поверхностью крыла с профилем в виде клина с углом полураствора γ . Начало координат находится в носке концевой хорды крыла. Пусть плоскость XZ установлена под углом α к вектору скорости набегающего потока \vec{V} (рис. 1). Малые величины α и γ определяются соотношением $\alpha \gg \gamma$.

Тогда в слабовозмущенном сверхзвуковом потоке справедливо линеаризованное уравнение

$$\beta^2 \frac{\partial^2 \varphi}{\partial x^2} - \frac{\partial^2 \varphi}{\partial y^2} - \frac{\partial^2 \varphi}{\partial z^2} = 0 \quad (1)$$

для потенциала φ возмущенной скорости. В уравнении (1) $\beta = \sqrt{M^2 - 1}$; M — число Маха набегающего потока.

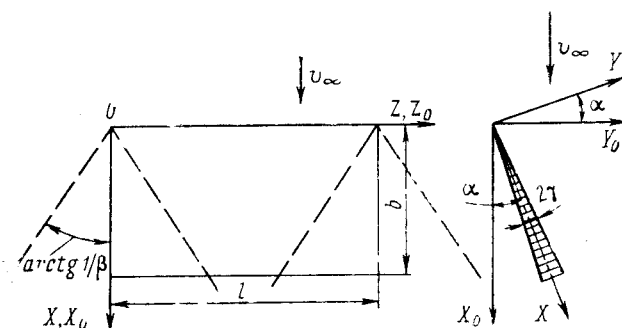


Рис. 1

Применяя метод источников, изложенный в работе [2], для решения задачи обтекания конца прямоугольной пластины, установленной под углом $\alpha > 0$ к вектору скорости \vec{V}_∞ , можно написать выражение для функции φ :

$$\varphi(x, y, z) = -\frac{\alpha}{\pi} \iint_F \frac{dx_1 dz_1}{\sqrt{(x-x_1)^2 - \beta^2[y^2 + (z-z_1)^2]}}.$$

Здесь область интегрирования F является частью крыла, ограниченной линией пересечения обратного конуса Маха с вершиной в точке $P(x, y, z)$ с плоскостью XOZ и линией, проведенной из точки пересечения поверхности обратного конуса Маха с концевой хордой крыла параллельно линии Маха (рис. 2).

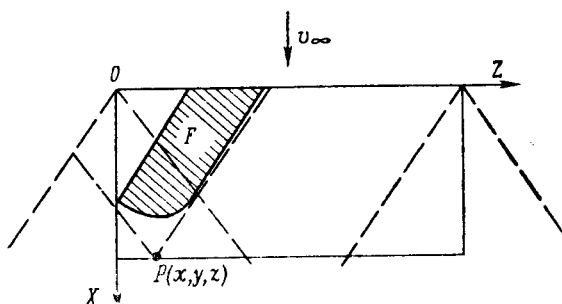


Рис. 2

Тогда для верхнего полупространства ($y > 0$) потенциал возмущенной скорости имеет вид

$$\varphi(x, y, z) =$$

$$= -\frac{\alpha}{\pi} \left[\int_0^{x-\beta\sqrt{y^2+z^2}} dx_1 \int_{\frac{x-x_1}{\beta}-\sqrt{y^2+z^2}}^{z+\frac{1}{\beta}\sqrt{(x-x_1)^2-\beta^2 y^2}} \frac{dz_1}{\sqrt{(x-x_1)^2 - \beta^2[y^2 + (z-z_1)^2]}} + \right. \\ \left. + \int_{x-\beta\sqrt{y^2+z^2}}^{x-\beta z} dx_1 \int_{z-\frac{1}{\beta}\sqrt{(x-x_1)^2-\beta^2 y^2}}^{z+\frac{1}{\beta}\sqrt{(x-x_1)^2-\beta^2 y^2}} \frac{dz_1}{\sqrt{(x-x_1)^2 - \beta^2[y^2 + (z-z_1)^2]}} \right].$$

Проведя интегрирование по переменной z_1 , получим

$$\varphi(x, y, z) = -\frac{\alpha}{\pi\beta} \left[\int_0^{x-\beta\sqrt{y^2+z^2}} \arcsin \frac{\beta z - x + x_1 + \beta\sqrt{y^2+z^2}}{\sqrt{(x-x_1)^2 - \beta^2 y^2}} dx_1 + \right. \\ \left. + \pi(x - \beta y) - \frac{\pi}{2}(x - \beta\sqrt{y^2+z^2}) \right]. \quad (2)$$

Для определения скорости, нормальной к поверхности крыла, достаточно вычислить ее составляющую по оси OY , так как проекция составляющей скорости по оси OX на нормаль к поверхности крыла имеет величину порядка $\alpha\gamma$.

Дифференцируя выражение (2) по переменной y (как интеграл, зависящий от параметра y), находим составляющую скорости по оси OY :

$$v = \frac{\partial \varphi}{\partial y} = \alpha - \frac{\alpha}{\pi} \sqrt{\frac{2}{\beta}} \frac{y \sqrt{x - \beta\sqrt{y^2+z^2}}}{\sqrt{y^2+z^2} \sqrt{z + \sqrt{y^2+z^2}}} - \frac{\alpha}{\pi} \sqrt{\frac{\beta}{2}} \times \\ \times \frac{y}{\sqrt{z + \sqrt{y^2+z^2}}} \int_0^{x-\beta\sqrt{y^2+z^2}} \frac{\beta z - x + x_1 + \beta\sqrt{y^2+z^2}}{[(x-x_1)^2 - \beta^2 y^2] \sqrt{x - \beta\sqrt{y^2+z^2} - x_1}} dx_1. \quad (3)$$

Как следует из равенства (3), условие непротекания

$$\left. \frac{\partial \varphi}{\partial y} \right|_{y=\gamma x} = \alpha$$

не выполняется из-за наличия членов

$$v_0 = -\frac{\alpha}{\pi} \sqrt{\frac{2}{\beta}} \frac{y \sqrt{x - \beta\sqrt{y^2+z^2}}}{\sqrt{y^2+z^2} \sqrt{z + \sqrt{y^2+z^2}}} \quad (4)$$

и

$$v_1 = -\frac{\alpha}{\pi} \times \\ \times \sqrt{\frac{\beta}{2}} \frac{y}{\sqrt{z + \sqrt{y^2+z^2}}} \int_0^{x-\beta\sqrt{y^2+z^2}} \frac{(\beta z - x + x_1 + \beta\sqrt{y^2+z^2}) dx_1}{[(x-x_1)^2 - \beta^2 y^2] \sqrt{x - \beta\sqrt{y^2+z^2} - x_1}}.$$

Величины v_0 и v_1 имеют порядок $\alpha\gamma$ по всей поверхности крыла, за исключением области порядка γ в окрестности боковой кромки крыла. В этой области, как следует из выражения (4), величина v_0 имеет порядок $\alpha/\sqrt{\gamma}$.

Установим порядок величины v_1 . Оценку проведем при $z=0$. Имеем

$$v_1 = \frac{\alpha}{\pi} \sqrt{\frac{\beta y}{2}} \int_0^{x-\beta y} \frac{dx_1}{(x-x_1+\beta y) \sqrt{x-x_1-\beta y}}. \quad (5)$$

Интегрируя выражение (5), находим

$$v_1|_{z=0} = -\frac{\alpha}{\pi} \sqrt{\frac{\beta y}{2}} \frac{2}{\sqrt{2\beta y}} \operatorname{arctg} \sqrt{\frac{x-x_1+\beta y}{2\beta y}} \bigg|_0^{x-\beta y} = \\ = \frac{\alpha}{\pi} \operatorname{arctg} \sqrt{\frac{x-\beta y}{2\beta y}},$$

откуда следует, что величина v_1 имеет порядок α при $z=0$. Такой же порядок она будет иметь и для значений $z \neq 0$ в окрестности кромки крыла. Так как величины v_0 и v_1 имеют разные порядки, то они взаимно уничтожаться не могут, поэтому имеет место нарушение граничного условия непротекания на поверхности крыла.

Как показано в работе [1], значение интеграла по области крыла внутри конуса Маха

$$\iint_S v_0 dx dz = -\frac{2\sqrt{2}}{\pi\sqrt{\beta}} \alpha \sqrt{\gamma}. \quad (6)$$

Интеграл $\iint_S v_1 dx dz$ имеет величину порядка $\alpha\gamma$. Появление величин v_0 и v_1 в условии (3) свидетельствует о том, что рассматриваемое решение задачи обтекания в окрестности боковой кромки крыла несправедливо. Согласно этому решению в плоскостях, перпендикулярных концевой хорде крыла, возникают бесконечно большие скорости. Для компенсации величин v_0 и v_1 на поверхности тонкого крыла необходим дополнительный циркуляционный поток в области крыла, ограниченной конусом Маха, но тогда должна быть и причина, его вызывающая. Следовательно, задача состоит в построении модели обтекания боковой кромки крыла, дающей решение задачи обтекания прямоугольного крыла с толщиной, справедливое в этой области.

ТЕЧЕНИЕ С РАЗРЫВОМ ПОТЕНЦИАЛА СКОРОСТИ НА БОКОВОЙ КРОМКЕ ПРЯМОУГОЛЬНОГО КРЫЛА

Следуя [3], выпишем выражение для вертикальной скорости $v(x_2, z_2)$, индуцированной сверхзвуковыми диполями интенсивности $\Delta\varphi(x, z) = 2\varphi_B(x, z)$ в плоскости крыла ($y=0$) в точке (x_2, z_2) :

$$v(x_2, z_2) = -\frac{\beta^2}{\pi} \oint dz_1 \oint_{\tau} dx_1 \frac{\varphi_B(x_1, z_1)}{[(x_2 - x_1)^2 - \beta^2(z_2 - z_1)]^{3/2}}. \quad (7)$$

В характеристической системе координат

$$x = \frac{\beta}{M_\infty} (s + r); \quad r = \frac{M_\infty}{2\beta} (x - \beta z); \\ z = \frac{1}{M_\infty} (s - r); \quad s = \frac{M_\infty}{2\beta} (x + \beta z).$$

Формула (7) преобразовывается к виду

$$v(r_2, s_2) = -\frac{M_\infty}{4\pi} \iiint_{\tau(r_2, s_2)} \frac{\varphi_B(r_1, s_1) dr_1 ds_1}{(r_2 - r_1)^{3/2} (s_2 - s_1)^{3/2}}. \quad (8)$$

В формулах (7) и (8) символы \int обозначают конечную часть интеграла. Часть крыла площадью $\tau(r_2, s_2)$ находится внутри обратного конуса Маха с вершиной в точке (r_2, s_2) , в которой определяется индуцированная диполями $\Delta\varphi(r_1, s_1)$ скорость $v(r_2, s_2)$ (рис. 3, а).

Для анализа возможных решений уравнения (8) применим интегральный оператор

$$\iint_{\tau_0(r, s)} \frac{dr_2 ds_2}{V(r-r_2)(s-s_2)}$$

к обеим частям равенства (8), где $\tau_0(r, s)$ — та же площадь, что и в интегральном уравнении (7).

Тогда имеем

$$\begin{aligned} & \iint_{\tau_0(r, s)} \frac{v(r_2, s_2) dr_2 ds_2}{V(r-r_2)(s-s_2)} = \\ & = -\frac{M}{4\pi} \iint_{\tau_0(r, s)} \frac{dr_2 ds_2}{V(r-r_2)(s-s_2)} \iint_{\tau(r_2, s_2)} \frac{\varphi_B(r_1, s_1) dr_1 ds_1}{(r_2-r_1)^{3/2}(s_2-s_1)^{3/2}}. \end{aligned} \quad (9)$$

Изменим порядок интегрирования в правой части выражения (9). Если интегрирование проводится вначале по r_2, s_2 , то площадь интегрирования $\tau_1(r_2, s_2)$ представляет собой область крыла, ограниченную прямым и обратным конусами Маха с вершинами в точках r_1, s_1 и r_2, s_2 , а также концевой хордой крыла (рис. 3, б).

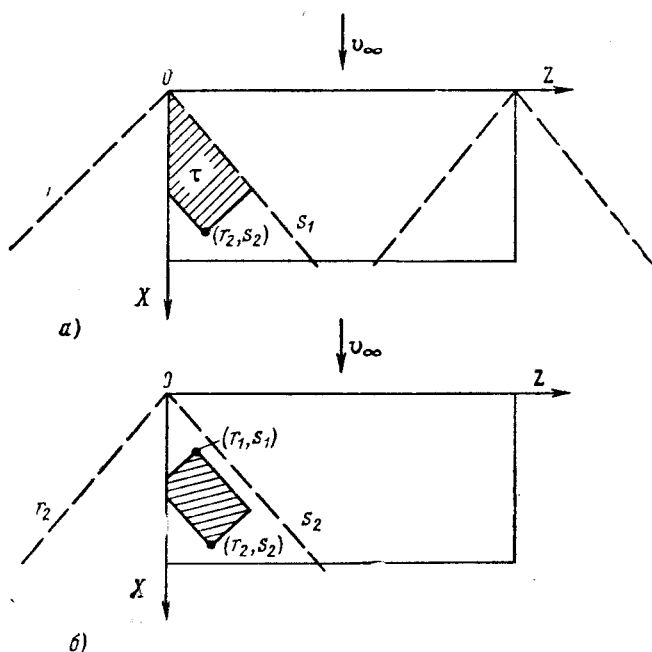


Рис. 3

Разобьем область $\tau_1(r_2, s_2)$ на две части линией $s_2=r$. Тогда после изменения порядка интегрирования выражение (9) приобретает вид

$$\begin{aligned} & \int_0^r \frac{dr_2}{\sqrt{r-r_2}} \int_{r_2}^s \frac{v(r_2, s_2) ds_2}{\sqrt{s-s_2}} = \\ &= -\frac{M}{4\pi} \left[\int_0^r dr_1 \int_r^s \varphi_B(r_1, s_1) ds_1 \int_{r_1}^r \frac{dr_2}{(r-r_2)^{1/2} (r_2-r_1)^{3/2}} \int_{s_1}^s \frac{ds_2}{(s-s_2)^{1/2} (s_2-s_1)^{3/2}} + \right. \\ & \quad \left. + \int_0^r dr_1 \int_{r_1}^r \varphi_B(r_1, s_1) ds_1 \int_{s_1}^r \frac{ds_2}{(s_2-s_1)^{3/2} (s-s_2)^{1/2}} \int_{r_1}^{s_2} \frac{dr_2}{(r_2-r_1)^{3/2} (r-r_2)^{1/2}} \right] + \\ & \quad + R(r, s), \end{aligned}$$

где $R(r, s)$ — неопределенность, возникающая из-за наличия характерной особенности в области интегрирования.

В работе [3] показано, что конечная часть интеграла

$$\int_{s_1}^s \frac{ds_2}{(s-s_2)^{1/2} (s_2-s_1)^{3/2}} = 0. \quad (10)$$

Тогда

$$\begin{aligned} & \int_0^r \frac{dr_2}{\sqrt{r-r_2}} \int_{r_2}^s \frac{v(r_2, s_2) ds_2}{\sqrt{s-s_2}} = \\ &= -\frac{M}{4\pi} \int_0^r dr_1 \int_{r_1}^r \varphi(r_1, s_1) ds_1 \int_{s_1}^r \frac{ds_2}{(s_2-s_1)^{3/2} (s-s_2)^{1/2}} \int_{r_1}^{s_2} \frac{dr_2}{(r_2-r_1)^{3/2} (r-r_2)^{1/2}} + \\ & \quad + R(r, s). \end{aligned} \quad (11)$$

Величина $R(r, s)$ определяется как разность интегралов в прямом и обратном интегрировании:

$$\begin{aligned} R(r, s) = & -\frac{M}{4\pi} \left[\int_0^r \frac{dr_2}{(r-r_2)^{1/2}} \int_{r_2}^s \frac{ds_2}{(s-s_2)^{1/2}} \int_0^{r_2} \frac{dr_1}{(r_2-r_1)^{3/2}} \int_{r_1}^{s_2} \frac{\varphi(r_1, s_1) ds_1}{(s_2-s_1)^{3/2}} - \right. \\ & \left. - \int_0^r \frac{dr_1}{(r-r_2)^{1/2}} \int_r^s \varphi(r_1, s_1) ds_1 \int_{r_1}^r \frac{dr_2}{(r-r_2)^{1/2} (r_2-r_1)^{3/2}} \int_{s_1}^s \frac{ds_2}{(s-s_2)^{1/2} (s_2-s_1)^{3/2}} \right]. \end{aligned}$$

Используя (10), функцию $R(r, s)$ приводим к виду

$$R(r, s) = -\frac{M}{4\pi} \int_0^r \frac{dr_2}{(r-r_2)^{1/2}} \int_{r_2}^s \frac{ds_2}{(s-s_2)^{1/2}} \int_0^{r_2} \frac{dr_1}{(r_2-r_1)^{3/2}} \int_{r_1}^{s_2} \frac{\varphi(r, s_1)}{(s_2-s_1)^{3/2}} ds_1. \quad (12)$$

Функция (12) вычисляется путем интегрирования по элементарной площади, содержащей характерную особенность, и равна сумме квадратур по всем этим особенностям, имеющимся в области $\tau(r_2, s_2)$. Пло-

щадь интегрирования в (12) содержит характерные особенности вдоль линий $r_1=r_2$; $r=r_2$; $s_1=s_2$; $s=s_2$.

Сначала проведем интегрирование по области шириной δ в окрестности линий $s_1=s_2$; $s=s_2$.

Тогда

$$R_1(r, s) = -\frac{M}{4\pi} \int_0^r \frac{dr_2}{(r-r_2)^{1/2}} \int_{s-\delta}^s \frac{ds_2}{(s-s_2)^{1/2}} \int_0^{r_2} \frac{dr_1}{(r_2-r_1)^{3/2}} \int_{s-\delta}^{s_2} \varphi(r_1, s_1) ds_1.$$

Проведя подстановку $s_2=s-\sigma_2\delta$ и $s_1=s-\sigma_1\delta$ и устремляя величину δ к нулю, получим

$$R_1(r, s) = -\frac{M}{4\pi} \int_0^r \frac{dr_2}{(r-r_2)^{1/2}} \int_1^0 \frac{d\sigma_2}{\sigma_2^{1/2}} \int_0^{r_2} \frac{\varphi(r_1, s) dr_1}{(r_2-r_1)^{3/2}} \int_1^{\sigma_2} \frac{d\sigma_1}{(\sigma_1-\sigma_2)^{3/2}}.$$

После интегрирования по σ_1 и σ_2 получим

$$\int_0^1 \frac{d\sigma_2}{\sigma_2^{1/2}} \int_1^{\sigma_2} \frac{d\sigma_1}{(\sigma_1-\sigma_2)^{3/2}} = 2 \int_0^1 \frac{d\sigma_2}{\sigma_2^{1/2}} \frac{\partial}{\partial \sigma_2} \int_1^{\sigma_2} \frac{d\sigma_1}{(\sigma_1-\sigma_2)^{1/2}} = -2\pi$$

и

$$R_1(r, s) = \frac{M}{2} \int_0^r \frac{dr_2}{(r-r_2)^{1/2}} \int_0^{r_2} \frac{\varphi(r, s)}{(r_2-r_1)^{3/2}} dr_1. \quad (13)$$

Далее, меняя порядок интегрирования в уравнении (13), имеем

$$R_1(r, s) = \frac{M}{2} \int_0^r \varphi(r_1, s) dr_1 \int_{r_1}^r \frac{dr_2}{(r-r_2)^{1/2} (r_2-r_1)^{3/2}} + R'(r, s) = R'(r, s),$$

что следует из (10).

Вычисление величины $R'(r, s)$ проводится также путем интегрирования по элементарной площади, содержащей характерную особенность в точках $r_1=r_2$; $r=r_2$, т. е.

$$R'(r, s) = \frac{M}{2} \int_{r-\delta}^r \frac{dr_2}{(r_1-r_2)^{1/2}} \int_{r-\delta}^{r_2} \frac{\varphi(r_1, s) dr_1}{(r_2-r_1)^{3/2}}.$$

После подстановки $r_2=r-\rho_2\delta$ и $r_1=r-\rho_1\delta$ найдем

$$R'(r, s) = \frac{M}{2} \varphi(r, s) \int_1^0 \frac{d\rho_2}{\rho_2^{1/2}} \int_1^{\rho_2} \frac{d\rho_1}{(\rho_2-\rho_1)^{3/2}} = -M\pi \varphi(r, s).$$

Аналогичным образом вычисляются другие слагаемые $R(r, s)$, в результате чего получается

$$R(r, s) = -\pi M \varphi(r, s). \quad (14)$$

Подставляя функцию (14) в уравнение (11) и разделив его члены на величину $-\pi M$, получим

$$-\frac{1}{\pi M} \int_0^r \frac{dr_2}{(r-r_2)^{1/2}} \int_{r_2}^s \frac{v(r_2, s_2) ds_2}{(s-s_2)^{1/2}} = \varphi(r, s) + \\ + \frac{1}{4\pi^2} \int_0^r dr_1 \int_{r_1}^r \varphi(r_1, s_1) ds_1 \int_{s_1}^r \frac{ds_2}{(s_2-s_1)^{3/2} (s-s_2)^{1/2}} \int_{r_1}^{s_2} \frac{dr_2}{(r_2-r_1)^{3/2} (r-r_2)^{1/2}}. \quad (15)$$

Обозначим

$$I(r, s, r_1, s_1) = \int_{s_1}^r \frac{ds_2}{(s_2-s_1)^{3/2} (s-s_2)^{1/2}} \int_{r_1}^{s_2} \frac{dr_2}{(r_2-r_1)^{3/2} (r-r_2)^{1/2}} \quad (16)$$

и преобразуем функцию $I(r, s, r_1, s_1)$. Воспользуемся определением конечной части интеграла:

$$\int_{r_1}^{s_2} \frac{dr_2}{(r_2-r_1)^{3/2} (r-r_2)^{1/2}} = 2 \frac{\partial}{\partial r_1} \int_{r_1}^{s_2} \frac{dr_2}{(r_2-r_1)^{1/2} (r-r_2)^{1/2}} = \\ = 4 \frac{\partial}{\partial r_1} \operatorname{arctg} \left(\frac{r_2-r_1}{r-r_2} \right)^{1/2} \bigg|_{r_1}^{s_2} = - \frac{2(r-s_2)^{1/2}}{(r-r_1)(s_2-r_1)^{1/2}}. \quad (17)$$

Подставив функцию (17) в равенство (16) и представив конечную часть интеграла (15) через производную по s_1 , получим

$$I = - \frac{4}{r-r_1} \frac{\partial}{\partial s_1} \int_{s_1}^r \frac{(r-s_2)^{1/2} ds_2}{(s_2-s_1)^{1/2} (s-s_2)^{1/2} (s_2-r_1)^{1/2}}.$$

Введем новую переменную ψ согласно равенству $(r-s_2)/(s-s_2) = (r-s_1)/(s-s_1) \sin^2 \psi$, откуда

$$s_2 = s - \frac{s-r}{1 - \frac{r-s_1}{s-s_1} \sin^2 \psi}; \\ s_2 - r_1 = \frac{r-r_1 - \frac{(s-r_1)(r-s_1)}{s-s_1} \sin^2 \psi}{1 - \frac{r-s_1}{s-s_1} \sin^2 \psi}; \\ s_2 - s_1 = \frac{(r-s_1) \cos^2 \psi}{1 - \frac{r-s_1}{s-s_1} \sin^2 \psi}; \\ ds_2 = - \frac{2(s-r) \sin \psi \cos \psi d\psi}{\left[1 - \frac{r-s_1}{s-s_1} \sin^2 \psi \right]^2}.$$

При этом функция I приводится к виду

$$I = \frac{8(s-r)}{\pi^2(r-r_1)^{3/2}} \frac{\partial}{\partial s_1} \frac{r-s_1}{s-s_1} \times \\ \times \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\sin^2 \psi d\psi}{\left(1 - \frac{r-s_1}{s-s_1} \sin^2 \psi\right) \sqrt{1 - \frac{r-s_1}{s-s_1} \frac{s-r_1}{r-r_1} \sin^2 \psi}}.$$

Таким образом, уравнение (15) можно представить как

$$\varphi(r, s) = -\frac{1}{\pi M} \int_0^r \frac{dr_2}{(r-r_2)^{1/2}} \int_{r_2}^s \frac{v(r_2, s_2) ds_2}{(s-s_2)^{1/2}} - \frac{2(s-r)}{\pi^2} \int_0^r \frac{dr_1}{(r-r_1)^{3/2}} \times \\ \times \int_{r_1}^s \varphi(r_1, s_1) ds_1 \frac{\partial}{\partial s_1} \left[\frac{r-s_1}{s-s_1} \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\sin^2 \psi d\psi}{\left(1 - \frac{r-s_1}{s-s_1} \sin^2 \psi\right) \sqrt{1 - \frac{r-s_1}{s-s_1} \frac{s-r_1}{r-r_1} \sin^2 \psi}} \right]. \quad (18)$$

Из выражения (18) следует, что на кромке крыла ($s=r$) функция $\varphi(r, s)$ приобретает значение

$$\varphi(r) = -\frac{1}{\pi M} \int_0^r \frac{dr_2}{(r-r_2)^{1/2}} \int_{r_2}^r \frac{v(r_2, s_2) ds_2}{(r-s_2)^{1/2}}. \quad (19)$$

Это означает, что на кромке крыла при подходе к линии $z=0$ с разных сторон значения $\varphi(r)$ будут отличаться знаком, т. е. возможно течение с разрывом потенциала скорости на кромке крыла.

Физически такое течение реализуется единственным способом — возникновением кругового движения в плоскостях, перпендикулярных кромке крыла, источником которого является разрыв потенциала скорости на кромке. Формула (19) показывает, что величина $\varphi(r)$ определяется только по значениям вертикальных скоростей $v(r_2, s_2)$ для области крыла внутри обратного конуса Маха с вершиной на кромке крыла. Если учесть, что функция $\varphi(r)$ должна определяться и по значениям скоростей, нормальных к плоскости $y=0$ вне крыла, то формула (19) будет справедлива только в случае, когда потенциал скорости от сверхзвуковых источников вне крыла равен нулю, т. е. тогда, когда скорости, нормальные к плоскости $y=0$, имеют противоположные знаки и соответствующее распределение. Такое распределение можно получить только в случае наличия циркуляционного движения вокруг боковой кромки крыла.

Так, если v_n^a (вне крыла), v_n^k (на крыле) — нормальные к плоскости $y=0$ скорости, индуцируемые разрывом $[\varphi]_k$ потенциала скорости на кромке крыла, то из условия непротекания на крыле имеем

$$\left. \frac{\partial \varphi_n}{\partial y} \right|_{y=0} = -v_n^k(r_2, s_2). \quad (20)$$

Добавочные по отношению к скоростям v_n^B скорости вне крыла $v_q(r_2, s_2)$ находятся из условия $\varphi=0$ по скоростям на крыле, определяемым формулой (20), что приводит к необходимости решения уравнения Абеля:

$$\int_0^s \frac{ds_2}{\sqrt{s-s_2}} \int_{s_2}^r \frac{v_q(r_2, s_2)}{\sqrt{r-r_2}} dr_2 = \int_0^s \frac{ds_2}{\sqrt{s-s_2}} \int_0^{s_2} \frac{v_n^B(r_2, s_2)}{\sqrt{r-r_2}} dr_2. \quad (21)$$

Потенциал скорости φ_K^B на кромке крыла от распределенных источников вне крыла определяется как сумма потенциалов от источников интенсивности $2v_q$ и $2v_n^B$:

$$\begin{aligned} \varphi_K^B &= -\frac{1}{\pi} \left[\int_0^r \frac{ds_2}{\sqrt{r-s_2}} \int_{s_2}^r \frac{v_q(r_2, s_2)}{\sqrt{r-r_2}} dr_2 + \int_0^r \frac{ds_2}{\sqrt{r-s_2}} \int_{s_2}^r \frac{v_n^B(r_2, s_2)}{\sqrt{r-r_2}} dr_2 \right] = \\ &= -\frac{1}{\pi} \left[\int_0^r \frac{ds_2}{\sqrt{r-s_2}} \int_0^{s_2} \frac{v_n^B(r_2, s_2)}{\sqrt{r-r_2}} dr_2 + \int_0^r \frac{ds_2}{\sqrt{r-s_2}} \int_{s_2}^r \frac{v_n^B(r_2, s_2)}{\sqrt{r-r_2}} dr_2 \right]. \end{aligned}$$

Так как в точках плоскости $y=0$, симметричных относительно оси X , скорости v_n^K и v_n^B являются равными по величине и противоположными по знаку, то суммарный потенциал скорости от распределенных источников вне крыла равен нулю, а потенциал скорости на кромке крыла определяется формулой (19).

В формуле (19) составляющая скорости $v(r_2, s_2)$, нормальная к плоскости крыла, состоит из двух частей:

$$v_1 = \left. \frac{\partial \varphi_n}{\partial y} \right|_{y=0} = -v_n^K - \text{скорость, индуцированная разрывом по-}$$

тенциала скорости на кромке крыла;

$$v_2 = \left. \frac{\partial \varphi_0}{\partial y} \right|_{y=0} = -v_0 - \text{скорость, определяемая формулой (4) — ре-}$$

шением задачи сверхзвукового обтекания пластины, примененным к крылу, имеющему толщину. Составляющая скорости v_2 вычисляется на поверхности тонкого крыла, но ее значения сносятся на плоскость крыла, а источники вне крыла по ним не определяются, так как в действительности их не существует. Как было показано, появление величин v_0 в условиях непротекания на поверхности крыла, имеющего толщину, есть результат несправедливости линейного по углу атаки α решения в окрестности боковой кромки крыла. Исправить это решение возможно при наличии разрыва потенциала скорости на кромке крыла, который является источником циркуляции на поверхности крыла аналогично тому, как источником циркуляции при обтекании пластины является разность потенциалов скоростей на конусе Маха с противоположных сторон крыла. Присутствие добавочной циркуляции на поверхности крыла из-за наличия разрыва потенциала скорости на кромке крыла позволит ликвидировать члены вида v_0 в условиях непротекания

$$\left. \frac{\partial (\varphi_0 + \varphi_n)}{\partial y} \right|_{y=0} = \alpha.$$

Поэтому разрыв потенциала скорости на кромке крыла должен определяться через значения v_0 . Для определения функции $[\varphi]_k$ необходимо отыскать решение, удовлетворяющее волновому уравнению (1), условию $\varphi=0$ на поверхности конуса Маха и условию индуцирования циркуляционного движения вокруг боковой кромки крыла.

ИСТОЧНИК ЦИРКУЛЯЦИОННОГО ДВИЖЕНИЯ

Полагая, что на кромке прямоугольного крыла имеется разрыв потенциала скорости $[\varphi]_k$, являющийся источником циркуляции скорости на поверхности крыла, отметим характерные свойства течения, определяемого разрывом $[\varphi]_k$.

Градиент функции $[\varphi]_k$ вдоль концевой хорды крыла является величиной постоянной и равен

$$\gamma_k = \frac{d[\varphi]_k}{dx} = \Gamma(0),$$

где величина $\mp \frac{\Gamma(0)}{2}$ является составляющей скорости по оси X на кромке крыла.

В системе координат $OX_0Y_0Z_0$, связанной с набегающим потоком (ось OX_0 совпадает с вектором \vec{v}), функция потенциала скорости вида

$$\varphi_n = \frac{\gamma_k}{2\pi} \operatorname{arctg} \frac{(y_0 - \eta_0) \sqrt{(x_0 - \xi_0)^2 - \beta^2 [(y_0 - \eta_0)^2 + z_0^2]}}{(x_0 - \xi_0) z_0} \quad (22)$$

описывает в плоскостях, нормальных к вектору скорости набегающего потока, циркуляционное движение внутри конуса Маха с вершиной в точке $\xi_0, \eta_0, 0$. Назовем особенностями интенсивности γ_k , описываемые функцией (22), источниками циркуляционного движения (ЦД).

Вначале проверим, удовлетворяет ли функция (22) уравнению (1). Положим $\xi_0=0, \eta_0=0$, т. е. источник ЦД поместим в начале координат. В этом случае функция (22) примет вид

$$\varphi_n = \frac{\gamma_k}{2\pi} \operatorname{arctg} \frac{y_0 \sqrt{x_0^2 - \beta^2 (y_0^2 + z_0^2)}}{x_0 z_0}. \quad (23)$$

Продифференцируем эту функцию:

$$U_n = \frac{\partial \varphi_n}{\partial x_0} = \frac{\gamma_k}{2\pi} \frac{x_0^2 z_0^2}{(y_0^2 + z_0^2)(x_0^2 - \beta^2 y_0^2)} \left[\frac{x_0 y_0}{x_0 z_0 \sqrt{x_0^2 - \beta^2 (y_0^2 + z_0^2)}} - \frac{y_0 \sqrt{x_0^2 - \beta^2 (y_0^2 + z_0^2)}}{x_0^2 z_0} \right] = \frac{\gamma_k}{2\pi} \frac{\beta^2 y_0 z_0}{(x_0^2 - \beta^2 y_0^2) \sqrt{x_0^2 - \beta^2 (y_0^2 + z_0^2)}},$$

$$V_n = \frac{\partial \varphi_n}{\partial y_0} = \frac{\gamma_k}{2\pi} \frac{x_0^2 z_0^2}{(y_0^2 + z_0^2)(x_0^2 - \beta^2 y_0^2)} \left[\frac{\sqrt{x_0^2 - \beta^2 y_0^2 - \beta^2 z_0^2}}{x_0 z_0} - \frac{\beta^2 y_0^2}{x_0 z_0 \sqrt{x_0^2 - \beta^2 (y_0^2 + z_0^2)}} \right] = \frac{\gamma_k}{2\pi} \frac{x_0 z_0}{\sqrt{x_0^2 - \beta^2 (y_0^2 + z_0^2)}} \left[\frac{1}{y_0^2 + z_0^2} - \frac{\beta^2}{x_0^2 - \beta^2 y_0^2} \right], \quad (24)$$

$$W_{\text{н}} = \frac{\partial \varphi_{\text{н}}}{\partial z_0} = \frac{\gamma_{\text{к}}}{2\pi} \frac{x_0^2 z_0^2}{(y_0^2 + z_0^2)(x_0^2 - \beta^2 y_0^2)} \left[- \frac{\beta^2 y_0 z_0}{x_0 z_0 \sqrt{x_0^2 - \beta^2 (y_0^2 + z_0^2)}} - \frac{y_0 \sqrt{x_0^2 - \beta^2 (y_0^2 + z_0^2)}}{x_0 z_0^2} \right] = \frac{\gamma_{\text{к}}}{2\pi} \frac{x_0 y_0}{(y_0^2 + z_0^2) \sqrt{x_0^2 - \beta^2 (y_0^2 + z_0^2)}}. \quad (25)$$

Так же

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 \varphi_{\text{н}}}{\partial x_0^2} &= \frac{\gamma_{\text{к}}}{2\pi} \left[\frac{2\beta^2 x_0 y_0 z_0}{(x_0^2 - \beta^2 y_0^2)^2 \sqrt{x_0^2 - \beta^2 (y_0^2 + z_0^2)}} + \frac{\beta^2 x_0 y_0 z_0}{(x_0^2 - \beta^2 y_0^2) (V x_0^2 - \beta^2 (y_0^2 + z_0^2))^3} \right]; \\ \frac{\partial^2 \varphi_{\text{н}}}{\partial \varphi_0^2} &= \frac{\gamma_{\text{к}}}{2\pi} \left[- \frac{2x_0 y_0 z_0}{(y_0^2 + z_0^2)^2 \sqrt{x_0^2 - \beta^2 (y_0^2 + z_0^2)}} + \frac{\beta^2 x_0 y_0 z_0}{(y_0^2 + z_0^2) (V x_0^2 - \beta^2 (y_0^2 + z_0^2))^3} - \frac{2\beta^4 x_0 y_0 z_0}{(x_0^2 - \beta^2 y_0^2)^2 \sqrt{x_0^2 - \beta^2 (y_0^2 + z_0^2)}} - \frac{\beta^4 x_0 y_0 z_0}{(x_0^2 - \beta^2 y_0^2) (V x_0^2 - \beta^2 (y_0^2 + z_0^2))^3} \right]; \\ \frac{\partial^2 \varphi_{\text{н}}}{\partial z_0^2} &= \frac{\gamma_{\text{к}}}{2\pi} \left[\frac{2x_0 y_0 z_0}{(y_0^2 + z_0^2)^2 \sqrt{x_0^2 - \beta^2 (y_0^2 + z_0^2)}} - \frac{\beta^2 x_0 y_0 z_0}{(y_0^2 + z_0^2) (V x_0^2 - \beta^2 (y_0^2 + z_0^2))^3} \right]. \end{aligned}$$

Подставив полученные соотношения в уравнение (1), получим тождество. Отметим, что функция (23) принимает действительные значения только внутри конуса Маха с вершиной в точке $\xi_0=0$, $\eta_0=0$, $\zeta_0=0$, а на его поверхности равна нулю.

Далее по составляющим скоростей $v_{\text{н}}$, $w_{\text{н}}$ (формулы (24), (25)) определим циркуляцию скорости по окружности радиуса $r_0 = \sqrt{y_0^2 + z_0^2}$ в плоскости $x_0 = \text{const}$.

Так как скорость v_{τ} , касательная к окружности радиуса r_0 , определяется как $v_{\tau} = v_{\text{н}} \cos \alpha_{r_0} - W_{\text{н}} \sin \alpha_{r_0}$, где α_{r_0} — угол между радиусом-вектором окружности и осью Z_0 , то

$$\begin{aligned} v_{\tau} &= \frac{\gamma_{\text{к}}}{2\pi} \left[\frac{x_0}{r_0 \sqrt{x_0^2 - \beta^2 r_0^2}} - \frac{\beta^2 x_0 z_0^2}{r_0 (x_0^2 - \beta^2 y_0^2) \sqrt{x_0^2 - \beta^2 r_0^2}} \right] = \\ &= \frac{\gamma_{\text{к}}}{2\pi} \frac{x_0}{r_0} \frac{\sqrt{x_0^2 - \beta^2 r_0^2}}{x_0^2 - \beta^2 r_0^2 \sin^2 \alpha_{r_0}}. \end{aligned} \quad (26)$$

Тогда циркуляция скорости по окружности радиуса r_0

$$\begin{aligned} \Gamma(r_0) &= \int_{r_0} v_{\tau} dr_0 = \frac{\gamma_{\text{к}}}{2\pi} \frac{\sqrt{x_0^2 - \beta^2 r_0^2}}{r_0} \int_0^{2\pi} \frac{r_0 d\alpha_{r_0}}{x_0^2 - \beta^2 r_0^2 \sin^2 \alpha_{r_0}} = \\ &= \frac{2\gamma_{\text{к}}}{\pi} \text{arctg} \frac{x_0 \text{tg} \alpha_{r_0}}{\sqrt{x_0^2 - \beta^2 r_0^2}} \bigg|_0^{\frac{\pi}{2}} = \gamma_{\text{к}}. \end{aligned}$$

В дальнейшем необходимо рассматривать по отдельности контуры с радиусами $r_0 \leq x_0 \alpha$ и $r_0 > x_0 \alpha$. В первом случае контур является замкну-

тым и согласно теореме Стокса при $\gamma_k \neq 0$ внутри контура имеет место вихревое движение.

Если рассмотреть контур радиуса $r_0 \rightarrow 0$, то из формулы (25) следует, что $v_\tau \Rightarrow \gamma_k / (2\pi r_0)$. Полученный результат означает, что на оси OX_0 находится вихрь с циркуляцией γ_k , возникший в начале координат. Тот же вывод относится и к особенностям — источникам ЦД, находящимся в любых других точках боковой кромки крыла. Следовательно, найденные точечные вихри зарождаются вдоль боковой кромки крыла и впоследствии располагаются по линиям тока невозмущенного течения, т. е. с кромки крыла сходит вихревая поверхность в направлении вектора \vec{v} . Таким образом, разрыв потенциала скорости $[\varphi]_k$ является не только источником циркуляции на поверхности крыла, но с ним также связано образование в окрестности кромки крыла поверхности тангенциального разрыва скорости. Циркуляция скорости по контуру тангенциального разрыва, пересекающего боковую кромку крыла в некоторой точке, равна скачку потенциала скорости в этой точке, т. е. циркуляции скорости на поверхности крыла между конусом Маха и его боковой кромкой.

Физический смысл источника ЦД можно уяснить следующим образом. Обратив внимание на форму выражения (25), заметим, что она совпадает с выражением для потенциала скорости элементарного вихря. С другой стороны, функция (25) есть результат дифференцирования функции (23) — потенциала скорости источника ЦД — по оси Z_0 . Значит, потенциал скорости элементарного вихря есть результат комбинации двух источников ЦД интенсивности γ_k и $-\gamma_k$, расположенных на бесконечно малом расстоянии друг от друга вдоль оси Z_0 , аналогичной диполью — сумме источника и стока.

Для случая $r_0 > x_0$, когда контур, по которому вычисляется циркуляция $\Gamma(r_0)$, пересекается плоскостью крыла, функция (25) дает величину нормальной к плоскости крыла скорости v_n , которая вместе с составляющей скорости v_0 определяет граничные условия при решении задачи обтекания с разрывом потенциала скорости $[\varphi_k]$ на кромке крыла.

Величина нормальной к поверхности крыла скорости dv_n , индуцируемой источником циркуляционного движения, находящимся в точке $A(\xi_0, \eta_0, 0)$ концевой хорды крыла, определяется так:

$$dv_n = \frac{\gamma_k}{2\pi} \frac{(x_0 - \xi_0) z_0}{V(x_0 - \xi_0)^2 - \beta^2 [(y_0 - \eta_0)^2 + z_0^2]} \times \\ \times \left[\frac{1}{(y_0 - \eta_0)^2 + z_0^2} - \frac{\beta^2}{(x_0 - \xi_0)^2 - \beta^2 (y_0 - \eta_0)^2} \right]. \quad (27)$$

Если значения углов атаки малы, то на поверхности крыла имеют место соотношения $x_0 - \xi_0 \sim x - \xi$, $y_0 - \eta_0 \sim \alpha(x - \xi)$, $z_0 = z$.

Тогда интегрирование функции (27) по координате ξ в интервале $0 \leq \xi \leq x - \beta z$ при условии $y \ll x - \xi$ приводит к следующему результату:

$$v_n = \frac{\gamma_k}{2\pi} z \int_0^{x-\beta z} \left[\frac{x - \xi}{[z^2 + (x - \xi)^2 \alpha^2] V(x - \xi)^2 - \beta^2 z^2} - \right. \\ \left. - \frac{\beta^2}{(x - \xi)^2 V(x - \xi)^2 - \beta^2 z^2} \right] d\xi.$$

Вычисляя этот интеграл, получим

$$v_n = \frac{\gamma_k}{2\pi} \left[\frac{1}{\alpha \sqrt{1 + \beta^2 \alpha^2}} \operatorname{arctg} \frac{\alpha \sqrt{x^2 - \beta^2 z^2}}{z \sqrt{1 + \beta^2 \alpha^2}} - \beta \arccos \frac{\beta z}{x} \right]. \quad (28)$$

Пренебрегая малыми величинами порядка $\beta^2 \alpha^2 \ll 1$ и осуществляя перенос функции (28) с поверхности крыла на плоскость XZ , находим значение скорости v_n при $y=0$, индуцированной источниками ЦД, распределенными вдоль концевой хорды крыла:

$$v_n = \frac{\gamma_k}{2\pi} \left[\frac{\operatorname{arctg} \frac{\alpha \sqrt{x^2 - \beta^2 z^2}}{z}}{\alpha} - \beta \arccos \frac{\beta z}{x} \right]. \quad (29)$$

В координатах r, s формула (29) приобретает вид

$$v_n = \frac{\gamma_k}{2\pi} \left[\frac{\operatorname{arctg} \frac{2\beta\alpha \sqrt{sr}}{s-r}}{\alpha} - \beta \arcsin \frac{2\sqrt{sr}}{s+r} \right]. \quad (30)$$

Суммируя функции (4) и (30) с противоположным знаком, получаем граничное условие в плоскости крыла при решении задачи обтекания с разрывом потенциала скорости на кромке крыла в виде

$$\left. \frac{\partial(\varphi_0 + \varphi_n)}{\partial y} \right|_{y=0} = \frac{2\alpha\beta(s+r)\gamma\sqrt{r}}{\pi V(s-r)^2 + \beta^2(s+r)^2\gamma^2 \sqrt{s-r} + V(s-r)^2 + \beta^2(s+r)^2\gamma^2} - \frac{\Gamma(0)}{\pi} \left[\frac{\operatorname{arctg} \frac{2\beta\alpha \sqrt{sr}}{s-r}}{\alpha} - \beta \arcsin \frac{2\sqrt{rs}}{s+r} \right]. \quad (31)$$

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ПОТЕНЦИАЛА СКОРОСТИ В ПЛОСКОСТИ КРЫЛА

На основании описанной схемы обтекания конца прямоугольного крыла сверхзвуковым потоком определение потенциала скорости сводится к вычислению величины разрыва потенциала скорости на кромке крыла и скоростей, индуцированных им, по нормали к плоскости XZ .

Величина потенциала скорости на кромке крыла определяется уравнением (19). Так как на кромке потенциал скорости

$$\varphi(s) = -\frac{\Gamma(0)x}{2} = -\frac{\beta s \Gamma(0)}{M}, \quad (32)$$

то согласно формулам (31) и (19) имеем уравнение

$$\begin{aligned} -\frac{\beta s \Gamma(0)}{M} = & -\frac{1}{\pi M} \int_0^s \frac{dr_2}{\sqrt{s-r_2}} \int_{r_2}^s \frac{ds_2}{\sqrt{s-s_2}} \times \\ & \times \left[\frac{2\alpha\beta(s_2+r_2)\gamma\sqrt{r_2}}{\pi V(s_2-r_2)^2 + \beta^2(s_2+r_2)^2\gamma^2 \sqrt{s_2-r_2} + V(s_2-r_2)^2 + \beta^2(s_2+r_2)^2\gamma^2} - \right. \\ & \left. - \frac{\Gamma(0)}{\pi} \left(\frac{\operatorname{arctg} \frac{2\beta\alpha \sqrt{s_2 r_2}}{s_2 - r_2}}{\alpha} - \beta \arcsin \frac{2\sqrt{s_2 r_2}}{s_2 + r_2} \right) \right], \end{aligned}$$

откуда

$$\Gamma(0) = \frac{\frac{2\alpha\beta\gamma}{\pi^2} \int_0^s \frac{dr_2}{\sqrt{s-r_2}} \int_{r_2}^s \frac{ds_2}{\sqrt{s-s_2}} \left[\frac{(s_2+r_2) \sqrt{r_2}}{\sqrt{(s_2-r_2)^2 + \beta^2 (s_2+r_2)^2 \gamma^2} \sqrt{s_2-r_2} + \sqrt{(s_2-r_2)^2 + \beta^2 (s_2+r_2)^2 \gamma^2}} \right]}{\beta s + \frac{1}{\pi^2} \int_0^s \frac{dr_2}{\sqrt{s-r_2}} \int_{r_2}^s \frac{ds_2}{\sqrt{s-s_2}} \left(\frac{\arctg \frac{2\beta\alpha \sqrt{s_2 r_2}}{s_2 - r_2}}{\alpha} - \beta \arcsin \frac{2 \sqrt{s_2 r_2}}{s_2 + r_2} \right)}$$

Составляющая скорости v_n , индуцированная разрывом потенциала $[\varphi]_n$ на кромке крыла, определяется выражением (28), интенсивность добавочных сверхзвуковых источников v_q — из уравнения (21), величина погрешности v_0 в условии непротекания на поверхности — формулой (4). Тогда интенсивность источников внутри конуса Маха в плоскости $y=0$ может быть найдена, а потенциал скорости в плоскости крыла определяется формулой

$$\varphi(s, r) = -\frac{1}{\pi M} \left[\int_0^r \frac{ds_2}{\sqrt{s-s_2}} \int_{s_2}^r \frac{(v_q + v_n^B) dr_2}{\sqrt{r-r_2}} + \right. \\ \left. + \int_0^r \frac{dr_2}{\sqrt{r-r_2}} \int_{s_2}^s \frac{(-v_0 - v_n^K)}{\sqrt{s-s_2}} ds_2 \right].$$

Можно пойти и другим путем, принимая во внимание, что циркуляционное движение должно осуществляться вдоль линий $s=\text{const}$ плоскости крыла от образующей конуса Маха ($r=0$) до источников ЦД на боковой кромке крыла. Величина скорости вдоль линий $s=\text{const}$ определяется интегрированием уравнения (18) по переменной r_1 и сведением его к уравнению Абеля. При этом предполагается, что значение потенциала скорости на кромке крыла известно. Так, выписывая уравнение (18) для области крыла $\tau(s_1, r_1)$ внутри конуса Маха, имеем

$$v(r, s) = -\frac{M}{4\pi} \iint_{\tau(r_1, s_1)} \frac{\varphi_B(r_1, s_1) dr_1 ds_1}{(s-s_1)^{3/2} (r-r_1)^{3/2}} = \\ = -\frac{M}{4\pi} \left[\int_0^r \frac{ds_1}{(s-s_1)^{3/2}} \int_0^{s_1} \frac{\varphi_B(r_1, s_1)}{(r-r_1)^{3/2}} dr_1 + \int_r^s \frac{ds_1}{(s-s_1)^{3/2}} \int_0^r \frac{\varphi_B(r_1, s_1)}{(r-r_1)^{3/2}} dr_1 \right]. \quad (33)$$

Используя формулу

$$\int_0^r \frac{\varphi_B(r_1, s_1) dr_1}{(r-r_1)^{3/2}} = -2 \frac{d}{dr} \int_0^r \frac{\varphi_B(r_1, s_1) dr_1}{(r-r_1)^{1/2}}$$

для конечной части интеграла, уравнение (33) перепишем в виде

$$v(r, s) = \frac{M}{2\pi} \left[\int_0^r \frac{ds_1}{(s-s_1)^{3/2}} \frac{d}{dr} \int_0^{s_1} \frac{\varphi_B(r_1, s_1)}{(r-r_1)^{1/2}} dr_1 + \right. \\ \left. + \int_r^s \frac{ds_1}{(s-s_1)^{3/2}} \frac{d}{dr} \int_0^r \frac{\varphi_B(r_1, s_1)}{(r-r_1)^{1/2}} dr_1 \right], \quad (34)$$

10911880

где

$$\begin{aligned} \frac{d}{dr} \int_0^{s_1} \frac{\varphi_B(r_1, s_1) dr_1}{(r-r_1)^{1/2}} &= \frac{d}{dr} \left[-2 \sqrt{r-r_1} \varphi_B \Big|_0^{s_1} + 2 \int_0^{s_1} \sqrt{r-r_1} \frac{\partial \varphi_B}{\partial r_1} dr_1 \right] = \\ &= -\frac{\varphi_B(s_1)}{\sqrt{r-s_1}} + \int_0^{s_1} \frac{\partial \varphi_B}{\partial r_1} \frac{dr_1}{\sqrt{r-r_1}} \end{aligned} \tag{35}$$

($\varphi_B(s_1)$ — значение потенциала скорости на кромке крыла)

и

$$\begin{aligned} \frac{d}{dr} \int_0^r \frac{\varphi_B dr_1}{\sqrt{r-r_1}} &= \frac{d}{dr} \left[-2 \sqrt{r-r_1} \varphi_B \Big|_0^r + 2 \int_0^r \sqrt{r-r_1} \frac{\partial \varphi_B}{\partial r_1} dr_1 \right] = \\ &= \int_0^r \frac{\partial \varphi_B}{\partial r_1} \frac{dr_1}{\sqrt{r-r_1}} \end{aligned} \tag{36}$$

После подстановки выражений (35) и (36) в уравнение (34) будем иметь

$$\begin{aligned} v(r, s) &= \frac{M}{2\pi} \left[\int_0^r \frac{ds_1}{(s-s_1)^{3/2}} \left(-\frac{\varphi_B(s_1)}{\sqrt{r-s_1}} + \int_0^{s_1} \frac{\partial \varphi_B}{\partial r_1} \frac{dr_1}{\sqrt{r-r_1}} \right) + \right. \\ &\quad \left. + \int_r^s \frac{ds_1}{(s-s_1)^{3/2}} \int_0^r \frac{\partial \varphi_B}{\partial r_1} \frac{dr_1}{\sqrt{r-r_1}} \right] \end{aligned} \tag{37}$$

Меняя порядок интегрирования в уравнении (37), получим

$$\begin{aligned} v(r, s) &= \frac{M}{2\pi} \left[- \int_0^r \frac{\varphi_B(s_1) ds_1}{(s-s_1)^{3/2} \sqrt{r-s_1}} + \int_0^r \frac{dr_1}{\sqrt{r-r_1}} \int_{r_1}^r \frac{\partial \varphi_B}{\partial r_1} \frac{ds_1}{(s-s_1)^{3/2}} + \right. \\ &\quad \left. + \int_0^r \frac{dr_1}{\sqrt{r-r_1}} \int_r^s \frac{\partial \varphi_B}{\partial r_1} \frac{ds_1}{(s-s_1)^{3/2}} \right] \end{aligned}$$

или

$$\frac{v(r, s)}{M} + \frac{1}{2\pi} \int_0^r \frac{\varphi_B(s_1) ds_1}{(s-s_1)^{3/2} \sqrt{r-s_1}} = \frac{1}{2\pi} \int_0^r \frac{dr_1}{\sqrt{r-r_1}} \int_{r_1}^s \frac{\partial \varphi_B}{\partial r_1} \frac{ds_1}{(s-s_1)^{3/2}} \tag{38}$$

Введем следующие обозначения:

$$\Phi(r, s) = \frac{v(r, s)}{M} + \frac{1}{2\pi} \int_0^r \frac{\varphi_B(s_1)}{(s-s_1)^{3/2}} \frac{ds_1}{\sqrt{r-s_1}}, \tag{39}$$

$$T(r_1, s) = \frac{1}{2\pi} \int_{r_1}^s \frac{\frac{\partial \varphi_B}{\partial r_1} ds_1}{(s - s_1)^{3/2}}. \quad (40)$$

Тогда уравнение (38) приводится к уравнению Абеля

$$\Phi(r, s) = \int_0^r \frac{T(r_1, s)}{\sqrt{r - r_1}} dr_1,$$

инверсия которого имеет вид

$$T(r, s) = -\frac{1}{2\pi} \int_0^r \frac{\Phi(r_1, s)}{(r - r_1)^{3/2}} dr_1. \quad (41)$$

Если сравнить форму решения (41) с видом уравнения (40), то можно сразу выписать инверсию уравнения (40):

$$\frac{\partial \varphi_B}{\partial r_1}(r_1, s) = -\int_{r_1}^s \frac{T(r_1, s_1) ds_1}{\sqrt{s - s_1}}. \quad (42)$$

Подставляя функцию $T(r, s)$ в равенство (42), получаем окончательное выражение для величины $\frac{\partial \varphi_B}{\partial r_1}(r_1, s)$:

$$\frac{\partial \varphi_B}{\partial r_1}(r_1, s) = \frac{1}{2\pi} \int_{r_1}^s \frac{ds_1}{\sqrt{s - s_1}} \int_0^{r_1} \frac{\Phi(r_2, s_1)}{(r_1 - r_2)^{3/2}} dr_2.$$

Интегрирование $\frac{\partial \varphi_B}{\partial r_1}$ по r_1 с граничным условием $\varphi_B(0, s) = 0$ дает выражение для функции потенциала скорости в плоскости крыла:

$$\varphi_B(r, s) = \frac{1}{2\pi} \int_0^r dr_1 \int_{r_1}^s \frac{ds_1}{(s - s_1)^{1/2}} \int_0^{r_1} \frac{\Phi(r_2, s_1)}{(r_1 - r_2)^{3/2}} dr_2. \quad (43)$$

Если функция $\Phi(r_2, s_1)$ определена по значениям скоростей v_0 и v_n с использованием формулы (19), то по существу решение задачи обтекания с разрывом $[\varphi]_K$ на кромке крыла дается выражением (43). В свою очередь значение потенциала скорости на кромке прямоугольного крыла можно определить, используя формулу (43). Так, при $s = r$ функция (43) приобретает вид

$$\varphi_B(s) = \frac{1}{2\pi} \int_0^s dr_1 \int_{r_1}^s \frac{ds_1}{(s - s_1)^{1/2}} \int_0^{r_1} \frac{\Phi(r_2, s_1)}{(r_1 - r_2)^{3/2}} dr_2. \quad (44)$$

Меняя порядок интегрирования в выражении (44) (интеграл по s_1 берется вначале) и используя понятие конечной части интеграла, получим

$$\begin{aligned}
\varphi_B(s) &= \frac{1}{2\pi} \int_0^s \frac{ds_1}{(s-s_1)^{1/2}} \int_0^{s_1} dr_1 \int_0^{r_1} \frac{\Phi(r_2, s_1) dr_2}{(r_1-r_2)^{3/2}} = \\
&= -\frac{1}{\pi} \int_0^s \frac{ds_1}{(s-s_1)^{1/2}} \int_0^{s_1} dr_1 \frac{d}{dr_1} \int_0^{r_1} \frac{\Phi(r_2, s_1) dr_2}{(r_1-r_2)^{1/2}} = \\
&= -\frac{1}{\pi} \int_0^s \frac{ds_1}{(s-s_1)^{1/2}} \int_0^{s_1} \frac{\Phi(r_2, s_1)}{(s_1-r_2)^{1/2}} dr_2. \quad (45)
\end{aligned}$$

Подставляя выражение (32) для потенциала скорости на кромке крыла и функцию (39) в равенство (45), приходим к алгебраическому уравнению для определения величины $\Gamma(0)$:

$$\begin{aligned}
-\frac{\Gamma(0)\beta s}{M} &= -\frac{1}{M\pi} \int_0^s \frac{ds_1}{(s-s_1)^{1/2}} \int_0^{s_1} \frac{dr_2}{\sqrt{s_1-r_2}} \times \\
&\times \left[\frac{2\alpha\beta\gamma(s_1+r_2)\sqrt{r_2}}{\pi\sqrt{(s_1-r_2)^2 + \beta^2(s_1+r_2)^2}\gamma^2\sqrt{s_1-r_2} + \sqrt{(s_1-r_2)^2 + \beta^2(s_1+r_2)^2}\gamma^2} - \right. \\
&\left. -\frac{\Gamma(0)}{\pi} \left(\frac{\operatorname{arctg} \frac{2\beta\alpha\sqrt{s_1 r_2}}{s_1-r_2}}{\alpha} - \beta \arcsin \frac{2\sqrt{s_1 r_2}}{s_1+r_2} \right) - \frac{\Gamma(0)\beta}{\pi} \int_0^{r_2} \frac{s_2 ds_2}{(s_1-s_2)^{3/2}} \right] (r_2-s_2)^{1/2}. \quad (46)
\end{aligned}$$

Обозначим

$$i(s) = \int_0^s \frac{ds_1}{(s-s_1)^{1/2}} \int_0^{s_1} \frac{dr_2}{(s_1-r_2)^{1/2}} \int_0^{r_2} \frac{s_2 ds_2}{(s_1-s_2)^{3/2} (r_2-s_2)^{1/2}}. \quad (47)$$

В правой части выражения (47) интегрирование проведем вначале по r_2 , а потом по s_2 . Меняя порядок интегрирования в формуле (47), получим

$$i(s) = \int_0^s \frac{ds_1}{(s-s_1)^{1/2}} \int_0^{s_1} \frac{s_2 ds_2}{(s_1-s_2)^{3/2}} \int_{s_2}^{s_1} \frac{dr_2}{(s_1-r_2)^{1/2} (r_2-s_2)^{1/2}}, \quad (48)$$

где

$$\int_{s_2}^{s_1} \frac{dr_2}{(s_1-r_2)^{1/2} (r_2-s_2)^{1/2}} = \pi. \quad (49)$$

Далее

$$\int_0^{s_1} \frac{s_2 ds_2}{(s_1-s_2)^{3/2}} = -2 \left(\sqrt{s_1-s_2} + \frac{s_1}{\sqrt{s_1-s_2}} \right) \Big|_{s_2=0} = -4s_1^{1/2}$$

и

$$-4 \int_0^s \frac{s_1^{1/2}}{\sqrt{s-s_1}} ds_1 = -2s \int_0^s \frac{ds_1}{\sqrt{s-s_1} \sqrt{s_1}} = -2\pi s. \quad (50)$$

Наконец, подставив величины (49) и (50) в формулу (48), имеем $i(s) = -2\pi^2 s$.

Величина $\Gamma(0)$, определяемая из уравнения (46), равна

$$\Gamma(0) =$$

$$= \frac{2\alpha\beta\gamma}{\pi^2} \int_0^s \frac{ds_1}{(s-s_1)^{1/2}} \int_0^{s_1} \frac{dr_2}{(s_1-r_2)^{1/2}} \left[V \frac{(s_1+r_2) \sqrt{r_2}}{(s_1-r_2)^2 + \beta^2 (s_1+r_2)^2 \gamma^2 \sqrt{s_1-r_2} + \sqrt{(s_1-r_2)^2 + \beta^2 (s_1+r_2)^2 \gamma^2}} \right] - \beta s + \frac{1}{\pi^2} \int_0^s \frac{ds_1}{(s-s_1)^{1/2}} \int_0^{s_1} \frac{dr_2}{(s_1-r_2)^{1/2}} \left(\frac{\arctg \frac{2\beta\alpha \sqrt{s_1 r_2}}{s_1-r_2}}{\alpha} - \beta \arcsin \frac{2 \sqrt{s_1 r_2}}{s_1+r_2} \right) \quad (51)$$

Учитывая формулу (6), можно сделать вывод, что числитель выражения (51) также имеет порядок $\alpha\gamma^{1/2}$. После определения величины $\Gamma(0)$ по формуле (39) находится функция $\Phi(r, s)$, имеющая тот же порядок $\alpha\gamma^{1/2}$, а значит и потенциал скорости (43) всюду в плоскости крыла, ограниченной конусом Маха.

Отметим еще один важный результат. Дифференцируя функцию (43) по r , получаем, что составляющая скорости в направлении оси x равна

$$\frac{\partial \varphi_B}{\partial r} = \frac{1}{2\pi} \int_r^s \frac{ds_1}{(s-s_1)^{1/2}} \int_0^r \frac{\Phi(r_2, s_1) dr_2}{(r-r_2)^{1/2}},$$

откуда следует, что

$$\lim_{r \rightarrow s} \frac{\partial \varphi_B}{\partial r} = 0.$$

Полученный результат означает, что вокруг кромки крыла перетекание отсутствует, а разрыв потенциала скорости на кромке крыла действительно является источником циркуляции скорости. Такой же вывод следует из уравнения (46): если $\Gamma(0) = 0$, то нет возможности ликвидировать член, содержащий величину v_0 , представляющую собой погрешность в условии непротекания на поверхности крыла, имеющего толщину.

ЛИТЕРАТУРА

1. Петришин С. Ф. О влиянии толщины крыла на подъемную силу в сверхзвуковом потоке. — Труды ЦАГИ, 1977, вып. 1851.
2. Красильщикова Е. А. Крыло конечного размаха в сжимаемом потоке. — М. — Л.: ГИТЛ, 1952.
3. Lomax H., Heaslet M. A., and Fuller F. Integrals and integral equations in linearized wing theory. — NASA Report, 1951, N 1054.

Рукопись поступила 27/IX 1988 г.

НЕКОТОРЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ ПАРАМЕТРИЧЕСКИХ ИССЛЕДОВАНИЙ КРЫЛЬЕВ С КОНЦЕВЫМИ ШАЙБАМИ

Н. А. ЧИЧЕРОВ

КРАТКОЕ СОДЕРЖАНИЕ

Представлены результаты расчетных и экспериментальных исследований крыльев с концевыми шайбами, которые позволили выявить область оптимальных параметров концевых шайб, обеспечивающих наибольшую эффективность в отношении аэродинамического качества, а также особенности влияния концевых шайб на аэродинамические характеристики крыльев.

ВВЕДЕНИЕ

Увеличение аэродинамического качества для повышения топливной эффективности является актуальной задачей современной аэродинамики, особенно аэродинамики самолетов с длительным временем полета (пассажирские, транспортные, патрулирующие и т. п. самолеты). Одним из мероприятий по увеличению аэродинамического качества и соответственно снижению расходов топлива является установка концевых шайб на крыле.

Идея использования концевых шайб для увеличения эффективного удлинения крыла и снижения таким образом индуктивного сопротивления известна давно (на эту возможность впервые указывалось в патенте Ланчестера). Такого типа концевые шайбы находили применение в аэродинамических трубах для воспроизведения условий, приближающихся к условиям плоского обтекания, и на самолетах с двухкилевой схемой оперения, где функции килея и концевой шайбы совмещаются.

Отдельные попытки применения концевых шайб, имевших большую относительную площадь ($S_{ш} > 10-20\%$), для увеличения аэродинамического качества самолетов не давали положительных результатов, поскольку вносимое ими собственное сопротивление превышало выигрыш в индуктивном, доля которого в общем сопротивлении самолета на крейсерских режимах была незначительной вследствие малых значений c_{η} полета. Результаты теоретических и экспериментальных исследований крыльев с концевыми шайбами такого типа содержатся в работах [1—4].

В последнее десятилетие наблюдалось значительное увеличение крейсерского значения коэффициента подъемной силы по $c_{\eta} = 0,5-0,6$ и выше. В данной ситуации идея применения концевых шайб является весьма плодотворной, так как возрастает роль индуктивного сопротивления.

Обтекание конца крыла при наличии подъемной силы представляет собой сложное пространственное течение, сопровождающееся образованием интенсивных концевых вихрей. Установка концевых шайб при соответствующем выборе типа сочленения шайбы с концом крыла приводит к ослаблению интенсивности концевого вихря, увеличению эффективного удлинения и соответственно уменьшению индуктивного сопротивления. При этом существенную роль играет собственное профильное сопротивление шайб, а также изменение профильного сопротивления прилегающей к шайбе концевой части крыла. Необходимость снижения этого сопротивления при сохранении эффективности шайбы в отношении индуктивного сопротивления приводит к идее разработки концевой шайбы нового типа, имеющей малую площадь по сравнению с площадью крыла. За рубежом такого типа концевые шайбы получили название «winglets». Для решения данной проблемы необходимо было преодолеть ряд трудностей принципиального характера, связанных с особенностями обтекания системы «крыло+шайба».

Работы по исследованию и проектированию концевых шайб с малой относительной площадью начались интенсивно вестись в Советском Союзе и за рубежом с начала 70-х годов [5—7].

В данной статье приводятся некоторые результаты расчетных и экспериментальных исследований крыльев с концевыми шайбами малой относительной площади ($S_{ш}=1,5\div 2,5\%$), которые позволили выявить область оптимальных параметров концевых шайб, обеспечивающих наибольшую эффективность в отношении аэродинамического качества. Показано, что эффективность концевых шайб зависит от правильного выбора таких геометрических параметров шайбы, как ее относительная площадь, форма в плане, крутка, форма профилей в сечениях шайбы, правильное положение шайбы относительно крыла (угол развала, угол установки, расположение относительно конца крыла, смещение шайбы по хорде крыла и т. п.), а также от выбора формы концевого участка крыла, примыкающего к шайбе. При разработке концевых шайб показано, что получающееся при их установке увеличение изгибающих моментов меньше, чем при простом увеличении размаха крыла при одинаковом выигрыше в аэродинамическом качестве. Таким образом, суммарный эффект от установки концевых шайб нельзя сводить лишь к уменьшению индуктивного сопротивления. Отыскание оптимальных размеров и формы концевых шайб должно производиться с учетом этих факторов, а также в зависимости от типа крыла (его удлинения, стреловидности, крутки и др.) и режимов полета (коэффициентов подъемной силы и числа Маха).

Автор выражает признательность докторам технических наук В. Г. Микеладзе, Я. М. Серебряйскому и кандидату технических наук В. М. Гадецкому за ценные советы и критические замечания при обсуждении результатов и подготовке работы к печати.

РАСЧЕТНЫЕ ИССЛЕДОВАНИЯ ОБТЕКАНИЯ КРЫЛЬЕВ С КОНЦЕВЫМИ ШАЙБАМИ

Расчетные исследования крыльев с концевыми шайбами базировались на методе тонкой несущей поверхности [8] (метод С. М. Белоцерковского), позволяющем получать качественные, а в некоторых случаях и количественные оценки влияния концевых шайб на аэродинамические характеристики крыла. С целью обеспечения оперативных рас-

четов были разработаны специальные программы для ЭВМ типа БЭСМ-6 [9], дающие возможность рассчитывать крыло с шайбами произвольной формы в плане и срединной поверхности с учетом сжимаемости для докритических чисел M . Полученные результаты расчетов хорошо согласуются с экспериментальными данными. Наиболее важной информацией, извлекаемой из этих расчетов, является закон распределения местных коэффициентов нормальных сил по крылу и шайбе, оценки изменения индуктивного сопротивления, изгибающего момента, подъемной силы и продольного момента.

Рассмотрим некоторые результаты расчетов влияния концевых шайб малой относительной площади на аэродинамические характеристики крыльев различной формы.

ВЛИЯНИЕ УСТАНОВКИ КОНЦЕВЫХ ШАЙБ НА ИЗМЕНЕНИЕ АЭРОДИНАМИЧЕСКИХ ХАРАКТЕРИСТИК КРЫЛА

Прежде чем рассматривать влияние различных геометрических параметров, рассмотрим, к чему приводит, по расчетным оценкам, установка концевых шайб малой относительной площади с углом развала шайб $\gamma_{ш} = 0$ на стреловидное крыло с параметрами $\chi = 25^\circ$, $\lambda = 8$, $\eta = 3$, выполненное из сверхкритических профилей, с отрицательной круткой $\varphi_{кр} = -3^\circ$ на конце.

Установка шайб приводит к изменению истинных углов атаки сечений крыла, причем область ее влияния на крыло зависит от относи-

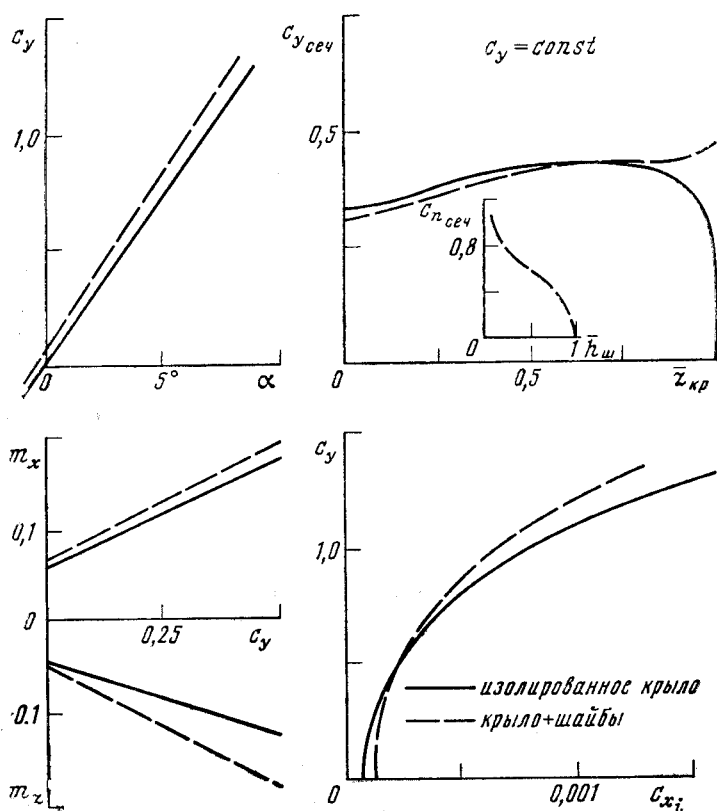


Рис. 1

тельных размеров и расположения шайб. Основное изменение скосов происходит в концевой области крыла, что приводит к изменению циркуляции, а значит, к изменению как $c_{y\text{сеч}}$, так и $c_{y\text{кр}}$ (рис. 1). Величина $c_{y\text{сеч}}$ в концевой части крыла увеличивается при $c_y = \text{const}$ крыла, а в корневых сечениях уменьшается. Это приводит к увеличению изгибающего момента в корневых сечениях крыла ($m_{x\text{изг}}$) и увеличению момента тангажа на пикирование (m_z) вследствие стреловидности крыла.

Наиболее существенно уменьшение скосов потока, вносимое шайбами, сказывается на изменении индуктивного сопротивления системы «крыло+шайбы». Так, рассмотрение индуктивных поляр показывает, что при установке этих шайб индуктивное сопротивление данного крыла уменьшается примерно на 12% при $c_y = 0,5$. С увеличением подъемной силы крыла эффективность шайб увеличивается. Например, при $c_y = 1$ уменьшение индуктивного сопротивления составляет примерно 13%.

Важным фактором при выборе шайб является получающееся из расчетов распределение по высоте шайбы ($\bar{h}_{\text{ш}}$) значений местных коэффициентов нормальных сил в сечениях шайбы $c_{n\text{сеч}}$. На рис. 1 дан пример характерного распределения $c_{n\text{сеч}} = f(\bar{h}_{\text{ш}})$. Видно, что в корневых сечениях шайбы малой площади могут достигаться большие значения $c_{n\text{сеч}}$, значительно превышающие $c_{n\text{сеч}}$ на крыле, что имеет важное значение при проектировании шайб. Однако по высоте шайб наблюдается резкое падение $c_{n\text{сеч}}$ вследствие уменьшения скосов от крыла по высоте шайбы.

Суммарный коэффициент нормальной силы $c_{n\text{ш}}$, действующей на шайбу, или коэффициент этой силы, отнесенный к площади крыла, может меняться путем изменения угла установки, крутки и профилировки шайб. Обобщенный результат расчетов в рамках линейной теории для данного крыла, характерный для различных крыльев, когда $c_{n\text{ш}}$ изменялся указанными способами, представлен на рис. 2 в виде зависимости c_{x_i} системы «крыло+шайбы» по $c_{n\text{ш}}$ для различных значений $c_{y\text{кр}}$. Результаты расчетов позволяют выявить оптимальное значение коэффициента $c_{n\text{ш}}$, обеспечивающего минимум в c_{x_i} системы «крыло+шайбы». Так, например, при $c_y = 0,5$ оптимальное значение $c_{n\text{ш}} = 0,4 \div 0,6$. Изменение $c_{x_i}(c_{n\text{ш}})$ вблизи минимума является пологим, причем оптимальное значение $c_{n\text{ш}}$ близко к $c_{y\text{кр}}$. Наличие пологого минимума позволяет при проектировании шайбы перейти на меньшие значения $c_{n\text{ш}}$ с тем, чтобы уменьшить профильное сопротивление шайб при незначительных потерях в выигрыше индуктивного сопротивления.

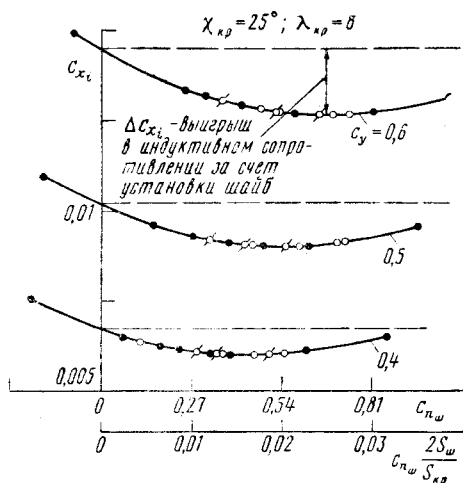


Рис. 2

Влияние геометрических параметров крыла

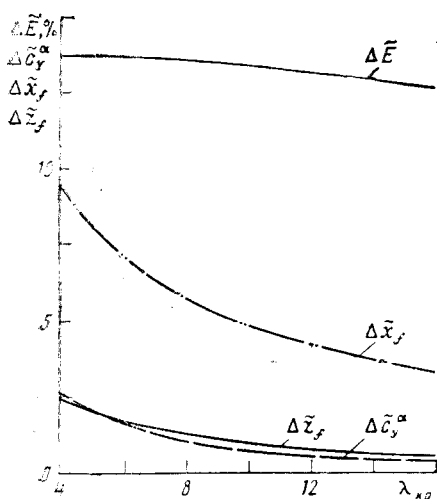
Вследствие того, что современные крылья пассажирских и транспортных самолетов характеризуются широким диапазоном значений удлинения (λ), сужения (η), стреловидности по 1/4 хорд (χ), законом крутки ($\varphi_{кр}$), оценим, какое влияние имеют геометрические параметры крыла для системы «крыло+шайбы» при установке шайб с одними и теми же относительными параметрами. Рассмотрим это на примере размещения плоских односторонних верхних шайб с относительной площадью $\bar{S}_{ш}=2\%$, $\chi_{ш}=30^\circ$, $\eta_{ш}=3$, $\bar{h}_{ш}=0,12 (L_{кр}/2)$, без крутки, с углом установки шайб $\alpha_{ш}=0$ и углом развала $\gamma_{ш}=0$ на крылья без крутки различного удлинения ($\lambda=4\div 16$), имеющих различную стреловидность ($\chi=-30\div 30^\circ$) и сужение ($h=1\div 6$). Анализ влияния параметров крыла на суммарные аэродинамические характеристики принятой схематизированной системы «крыло+шайбы», такие как подъемная сила, проведем на величине производной c_y^a . Изменения в моменте тангажа и изгибающем моменте оценим по положению аэродинамического фокуса крыла по хорде $\bar{x}_f (m_z=\bar{x}_f c_y)$ и размаху $\bar{z}_f (m_{x_{изг}}=\bar{z}_f c_y)$. Координаты аэродинамического фокуса определены относительно начала системы координат и обезразмерены на хорду и полуразмах, равные 1. Индуктивное сопротивление оценивается по параметру $E (c_{x_i}=Ec_{y^2})$. Помимо суммарных аэродинамических характеристик рассматриваются изменения в распределении коэффициентов нормальных сил по крылу $c_{у_{сеч}}(\bar{z}_{кр})$ и шайбе $c_{n_{сеч}}(\bar{h}_{ш})$ при условии $c_y=\text{const}$.

Вследствие того, что нас будут интересовать изменения абсолютных величин и относительных параметров, изменения в c_y^a , \bar{x}_f , \bar{z}_f , E представляются в виде отношения приращения величины исследуемой характеристики при установке шайб к сходной величине данного крыла без шайб:

$$\Delta \tilde{c}_y^a = \frac{\Delta c_y^a}{c_{y \text{ кр, без ш}}^a}, \quad \Delta \tilde{E} = \frac{\Delta E}{E_{\text{кр. без ш}}}, \quad \Delta \tilde{x}_f = \frac{\Delta \bar{x}_f}{\bar{x}_{f \text{ кр. без ш}}},$$

$$\Delta \tilde{z}_f = \frac{\Delta \bar{z}_f}{\bar{z}_{f \text{ кр. без ш}}}.$$

Влияние удлинения крыла. Были проведены параметрические исследования на стреловидных ($\chi_{кр}=30^\circ$) плоских крыльях с сужением $\eta_{кр}=3$, без крутки в широком диапазоне изменений удлинения крыла $\lambda_{кр}=4\div 16$ при указанных выше одинаковых относительных параметрах шайб. С целью исключения влияния разброса по размаху крыла и шайб на получаемые результаты расчеты проводились на крыльях различного удлинения при одинаковом абсолютном размахе крыльев и шайб путем изменения их площади, варьируя величину хорды. Анализ относительных приращений в исследуемых характеристиках показывает (рис. 3), что чем меньше $\lambda_{кр}$, тем больший выигрыш в индуктивном сопротивлении может быть достигнут при установке шайб. Однако следует отметить, что изменение ΔE в рассмотренном диапазоне $\lambda_{кр}$ мало. Это указывает на тот факт, что изменение в индуктивном сопротивлении в основном определяется отношением $\bar{h}_{ш}$ к $L_{кр}/2$. В этой серии расчетов независимо от $\lambda_{кр}$ отношение $\bar{h}_{ш}=2 h_{ш}/L_{кр}$ было постоянно. С уве-



$$\lambda_{кр} = 30^\circ, \tau_{кр} = 3, \bar{S}_{ш} = 2\%, \eta = 3, \gamma_{ш} = 30^\circ, \bar{h}_{ш} = 0,12$$

Рис. 3

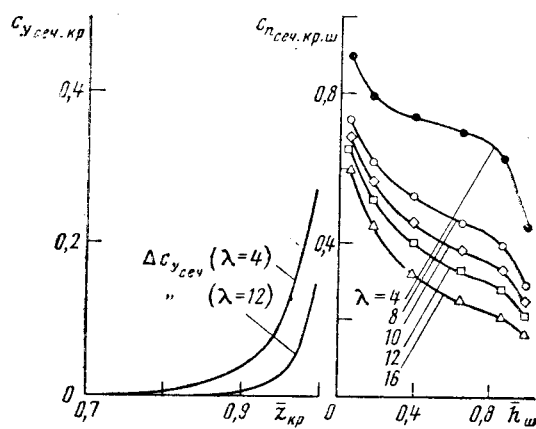


Рис. 4

де, так и по размаху крыла. Рассмотрение распределенных характеристик $c_{у\text{сеч}}$ и $c_{л\text{сеч}}$ при $c_y = 0,5$ показывает, что чем меньше удлинение крыла, тем большие значения $c_{у\text{сеч}}$ и $c_{л\text{сеч}}$ реализуются в концевой части крыла и на шайбах (рис. 4). Приведенное там же изменение $\Delta c_{у\text{сеч}} = c_{у\text{сеч}}(\text{кр} + \text{ш}) - c_{у\text{сеч.кр}}$ для двух крыльев с $\lambda = 4$ и $\lambda = 12$ показывает, что чем меньше $\lambda_{кр}$, тем больше по величине $\Delta c_{у\text{сеч}}$ реализуется в концевых сечениях крыла. Это объясняется тем, что чем меньше λ , тем большая площадь крыла оказывается в зоне влияния изменения циркуляции на концах крыла, т. е. в зоне наиболее сильных скосов. Поэтому установка шайб на крыло малого удлинения, где осуществляется наиболее сильное перетекание на концах крыла, является наиболее эффективной, т. к. уменьшение скосов от установки шайб захватывает соответственно большую площадь крыла. Установка концевых шайб преследует ту же цель, что и увеличение удлинения крыла — уменьшение индуктивного сопротивления. В связи с этим представляется целесообразным провести сравнение увеличения удлинения крыла и установки рассмотренных шайб как с точки зрения изменения индуктивного сопротивления, так и изгибающего момента в корне крыла, определяющего вес крыла. Как уже отмечалось ранее, исследования по влиянию $\lambda_{кр}$ проведены при $L_{кр}$ и $\bar{h}_{ш} = \text{const}$. Сравнение эффективности шайб и увеличения удлинения крыла проводятся при одинаковой подъемной силе.

Введем величину $\bar{z}_f = \bar{z}_f \lambda_{кр} / 4$. Приведенные на рис. 5 зависимости $\bar{E} = f(\lambda_{кр})$ и $\bar{z}_f = f(\lambda_{кр})$ показывают, что при одинаковой величине индуктивного сопротивления (случай А) крыло с шайбами обладает меньшим изгибающим моментом примерно на 8,7%. В случае В (равенство изгибающих моментов в корне крыла) установка данных шайб эквивалентна изменению удлинения крыла примерно на $\Delta \lambda_{кр} = 0,8 \div 1,0$. С увеличением исходного $\lambda_{кр}$ в случае В $\Delta \lambda_{кр}$ возрастает. Таким образом, к изучению вопроса об эффективности установки концевых шайб необхо-

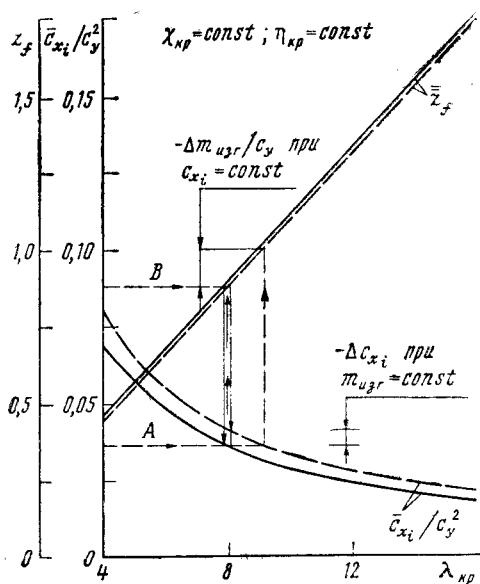


Рис. 5

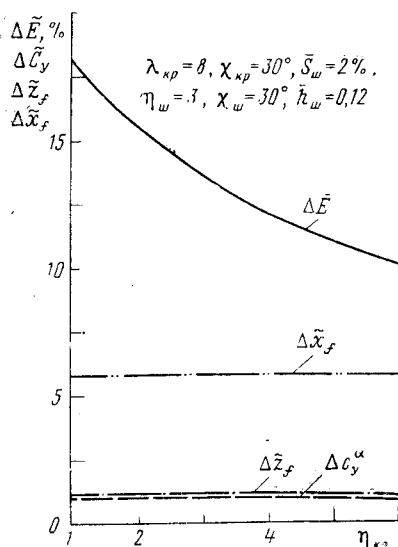


Рис. 6

димо подходить не только с позиции рассмотрения уменьшения индуктивного сопротивления, но и с учетом изменений в изгибающем моменте

в корне крыла, что определяет вес крыла, а в конечном итоге практическую эффективность шайб. Такой подход, т. е. определение эффективности шайб с учетом изгибающего момента, веса и т. п., необходимо соблюдать при практическом решении вопроса для конкретных крыльев, учитывая при этом не только теоретическое изменение индуктивного сопротивления, но и получаемые экспериментально характеристики крыльев с шайбами, в которых может существенно проявляться влияние вязкости на обтекание конца крыла. Это влияние может быть различным в зависимости от расчетного режима, определяемого нормами прочности.

Влияние сужения крыла. Исследование влияния сужения крыла на аэродинамические характеристики крыла с шайбами проведено на плоских крыльях с удлинением $\lambda=8$ и стреловидностью $\chi=30^\circ$, имеющих различное сужение ($\eta_{кр}=1 \div 6$) при указанных выше одинаковых параметрах шайб.

Из представленных на рис. 6 изменений $\Delta \bar{c}_y^a$, $\Delta \bar{x}_f$, $\Delta \bar{z}_f$, $\Delta \bar{E}$ видно, что чем меньше сужение крыла, тем большая площадь крыла оказывается в зоне влияния шайб и тем выше эффективность от установки шайб с точки зрения уменьшения индуктивного сопротивления. Изменения величин сужения в рассмотренном диапазоне за счет установки шайб в подъемной силе, продольном и изгибающем моментах незначительны.

Рассмотрение распределенных характеристик $c_{y_{сеч}}$ и $c_{n_{сеч}}$ показывает, что чем больше сужение крыла, тем выше значения $c_{y_{сеч}}$ на концах крыла и меньше $c_{n_{сеч}}$ на шайбах. Рассмотрение зависимостей $\Delta c_{y_{сеч}}$ показывает, что с большим сужением на концах крыла происходит большее увеличение $\Delta c_{y_{сеч}}$. Так, в сечении $\bar{z}=0,98$ при $\eta=1$ $\Delta c_{y_{сеч}}$ увеличивается на 5%, а при $\eta=6$ — на 8%.

Влияние стреловидности крыла. Рассмотрим влияние установки шайб на плоские крылья с удлинением $\lambda_{кр}=8$, сужением $\eta_{кр}=3$ различной стреловидности в диапазоне изменений стреловидности крыла по $1/4$ хорд $\chi_{кр} = -30 \div 30^\circ$. Известно, что увеличение положительной стреловидности крыла приводит к росту загрузки концов крыла, а увеличение отрицательной стреловидности — к их разгрузке. В соответствии с этим выигрыш в индуктивном сопротивлении от установки шайб на крыло будет тем больше, чем больше положительная стреловидность крыла (рис. 7). Однако изменение стреловидности неоднозначно сказывается на характере поведения подъемной силы, продольного и изгибающего мо-

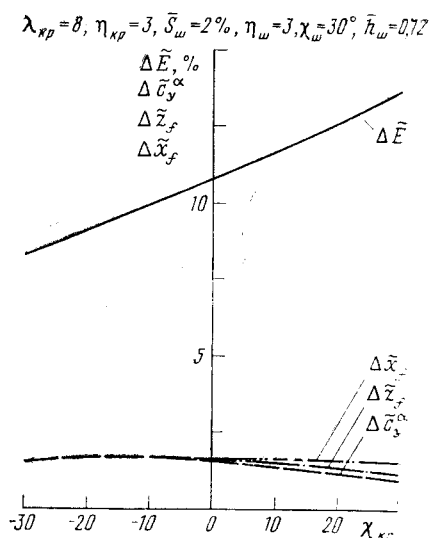


Рис. 7

ментов. В диапазоне $\chi_{кр} = -30 \div 10^\circ$ Δc_y^a вначале несколько растёт, а затем с увеличением положительной стреловидности крыла падает. В соответствии с изменением в подъемной силе происходит смещение аэродинамического фокуса. Чем больше стреловидность крыла, тем больше будет увеличение в изгибающем и продольном моментах при установке шайб.

Рассмотрение распределенных характеристик $c_{у\text{сеч}}$ и $c_{л\text{сеч}}$ показывает, что чем больше положительная стреловидность крыла, тем сильнее загружены концы крыла и тем выше приращения $\Delta c_{у\text{сеч}}$ на концах крыла при установке шайб. Вследствие изменения циркуляции на концах крыла чем больше положительная стреловидность крыла, тем большие значения $c_{л\text{сеч}}$ реализуются на шайбе, особенно в ее корневых сечениях. Следует также отметить, что при отрицательной стреловидности крыла влияние установки концевых шайб на $c_{у\text{сеч}}$ по размаху крыла несколько увеличивается.

Влияние крутки крыла. Практически все современные крылья имеют отрицательную крутку на концах. Введение этой крутки приводит к уменьшению значений циркуляции на концах крыла на крейсерских режимах полета. Тем самым достигается ослабление концевых перетеканий, поэтому установка шайб на крылья с круткой приводит к некоторому уменьшению эффекта от их установки. Кроме того, введение отрицательной крутки на конце крыла приводит к снижению не только $c_{у\text{сеч}}$ на крыле, но и значений $c_{л\text{сеч}}$ по всей высоте шайб.

Например, если при установке на крыло без крутки $\lambda_{кр}=8$ при $c_y=0,5$ и $\Delta c_{x_i}=13,65\%$, то установка этих же шайб на такое же по форме в плане крученное крыло составляет $\Delta c_{x_i}=10\%$. При этом $c_{л\text{сеч}}$ в корне шайбы уменьшается примерно на 21% .

Таким образом, из рассмотренного материала по влиянию геометрических параметров крыла на эффективность установки шайб можно сделать вывод, что чем меньше удлинение, сужение и отрицательная крутка на концах крыла и больше положительная стреловидность исходного крыла, т. е. чем выше значения циркуляции на концах крыла, тем больший эффект можно достичь от установки шайб с точки зрения получения максимального выигрыша в индуктивном сопротивлении.

Исследование влияния устанавливаемых на крыло концевых шайб на аэродинамические характеристики системы «крыло+шайбы» проведем по следующим геометрическим параметрам:

$\bar{S}_{ш}$ — относительная площадь крыла шайб ($S_{ш}=2(S_{ш}/S)$);

$\bar{h}_{ш}$ — относительная высота шайб ($\bar{h}_{ш}=2(h_{ш}/L)$);

$\gamma_{ш}$ — сужение шайб;

$\chi_{ш}$ — стреловидность по 1/4 хорд шайб;

$\varphi_{ш}$ — крутка шайб;

$\bar{S}_{н. п}$, $\bar{S}_{н. з}$ — относительная площадь переднего и заднего наплыва на шайбе ($\bar{S}_{н}=S_{н}/S_{ш}$).

Положение шайбы относительно поверхности крыла задается смещением шайбы по хорде крыла $x_{ш}$, углом развала шайб $\gamma_{ш}$ и углом установки $\alpha_{ш}$.

Выбор данных параметров был обусловлен тем, что $\bar{S}_{ш}$ позволяет оценить вносимое сопротивление, связанное с вязкостью, за счет введения дополнительной площади в поток, $\gamma_{ш}$, $\bar{h}_{ш}$ — параметры, наиболее сильно влияющие на изменения в индуктивном сопротивлении и изгибающем моменте, а $\alpha_{ш}$, $\chi_{ш}$, $\varphi_{ш}$, $\eta_{ш}$ определяют распределение нагрузки по шайбе.

Все основные параметрические исследования проведены для расположенных сверху шайб на стреловидном некрученом крыле с $\lambda=8$, $\eta=3$, $\chi=30^\circ$. Кроме этого, рассматривается вопрос о комбинации верхних и нижних шайб при некоторых выбранных фиксированных параметрах шайб. Анализ влияния изменения геометрических параметров шайб на аэродинамические характеристики крыла с шайбами проведем на величинах \tilde{c}_y^a , $\Phi_{кр}$, \tilde{z}_f , \tilde{x}_f , $c_{у сеч}$, $c_{n сеч}$, уже используемых выше.

Влияние высоты и площади шайб. Исследование влияния относительной площади и высоты шайб проведем совместно, так как эти два параметра довольно тесно связаны друг с другом.

На рис. 8 представлены кривые, характеризующие изменения в аэродинамических характеристиках крыла с шайбами при изменении относительной высоты прямоугольных шайб ($\bar{h}_{ш}=\text{const}$), что в свою очередь эквивалентно изменению площади шайб.

Видно, что увеличение относительной высоты шайб приводит к существенному уменьшению индуктивного сопротивления (E), к росту

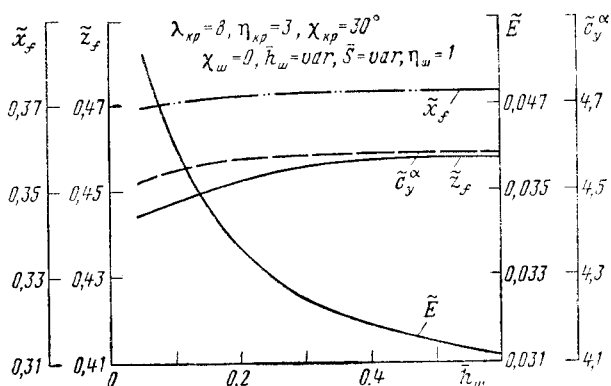


Рис. 8

коэффициента подъемной силы (\bar{c}_y^a) и увеличению изгибающего момента (\bar{z}_f). Однако следует отметить, что наибольшие изменения в аэродинамических характеристиках происходят при увеличении $\bar{h}_{ш}$ до 0,3. В дальнейшем темп изменения рассматриваемых величин уменьшается. С практической точки зрения представляется целесообразным рассмотреть случаи

при $\bar{S}_{ш} = \text{var}$ и $\bar{h}_{ш} = \text{const}$ при $\bar{S}_{ш} = \text{var}$. Анализ исследуемых аэродинамических характеристик при фиксированной площади шайб ($\bar{S}_{ш} = 2\%$, $\eta_{ш} = 3$, $\chi_{ш} = 30^\circ$) показывает (рис. 9), что имеется четко выраженный минимум E , причем наименьшее индуктивное сопротивление будет реализовано при $\bar{h}_{ш} = 0,12 \div 0,14$. Фиксирование $\bar{h}_{ш}$ и изменение $\bar{S}_{ш}$ фактически эквивалентны изменению хорды шайбы. Приведенные на рис. 10 изменения $E = f(\bar{S}_{ш})$ показывают, что при $\bar{S}_{ш} = 3\%$ практически достигается минимум в индуктивном сопротивлении. При данной конфигурации крыла это эквивалентно перекрытию концевой хорды крыла корневой хордой шайбы приблизительно на 75%.

Таким образом, с точки зрения получения максимального выигрыша в индуктивном сопротивлении при выбранной площади шайб высота шайб должна быть порядка $\bar{h}_{ш} = 0,12 \div 0,14$, а корневая хорда шайб — порядка 3/4 или несколько меньше концевой хорды крыла.

Рассмотрение влияния относительной площади и высоты шайб на \bar{c}_y^a , $\bar{c}_{y_{сеч}}$, $\bar{c}_{n_{сеч}}$ показывает, что высота шайбы при фиксированной хорде шайбы оказывает слабое влияние на \bar{c}_y^a и начиная с $\bar{h}_{ш} \approx 0,3$ \bar{c}_y^a практически не увеличивается. Аналогично наибольшее смещение аэродинамического фокуса по хорде происходит при $\bar{h}_{ш} \leq 0,3$. Смещение аэродинамического фокуса по размаху крыла при увеличении $\bar{h}_{ш}$ растет, так как с увеличением высоты шайбы увеличивается вклад в изгибающий момент от самой шайбы. Из рассмотрения зависимостей $\bar{c}_{y_{сеч}}$ и $\bar{c}_{n_{сеч}}$ при $\bar{c}_y = 0,5$ видно, что в данном диапазоне изменений $\bar{h}_{ш}$ практически максимальная нагрузка концов крыла достигается при $\bar{h}_{ш} =$

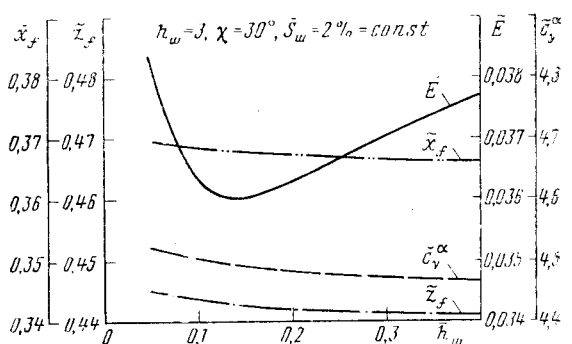


Рис. 9

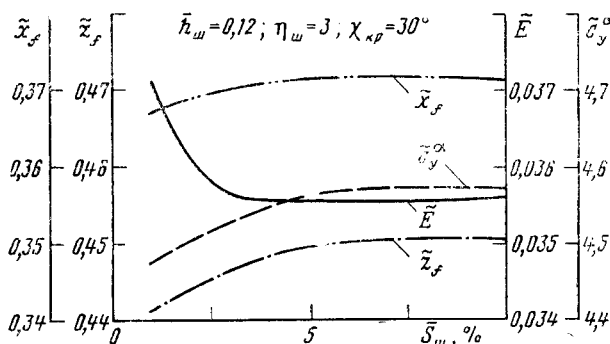


Рис. 10

$= 0,2 \div 0,3$. Соответственно наибольшие значения $c_{n_{сеч}}$ в корне на шайбе достигаются при $\bar{h}_{ш} = 0,2 \div 0,3$.

Рассмотрение влияния $\bar{S}_{ш}$ при $\bar{h}_{ш} = 0,12$ показывает, что чем больше $S_{ш}$, тем меньшие значения $c_{n_{сеч}}$ на шайбе, особенно сильно они снижаются в корневых сечениях шайб. С увеличением $\bar{S}_{ш}$, пока корневые сечения шайбы не начинают выходить за пределы крыла, значения $c_{у_{сеч}}$ в концевых сечениях крыла растут. При дальнейшем увеличении $\bar{S}_{ш}$ влияние $\bar{S}_{ш}$ стабилизируется, что и подтверждается поведением $c_y^a = f(\bar{S}_{ш})$ (рис. 10), т. е. чем больше корневая хорда шайбы и чем сильнее она загружена, тем бо́льшая площадь крыла оказывается в зоне ее влияния и тем сильнее увеличивается c_y^a крыла и соответственно смещается аэродинамический фокус.

Итак, для рассмотренной шайбы ($\eta_{ш} = 3$, $\chi_{ш} = 30^\circ$) наиболее благоприятными параметрами шайбы с точки зрения уменьшения индуктивного сопротивления с учетом ограничения $c_{n_{сеч}} < c_{у_{кр}}$ получились $\bar{h}_{ш} \leq 0,12$ и $\bar{S}_{ш} \leq 3\%$.

Дальнейшее уточнение параметров связано с введением других параметров шайбы ($\alpha_{ш}$, $\bar{S}_{плпл}$ и т. д.), учетом характеристик профилей, из которых komponуется шайба, экспериментальными исследованиями.

Влияние стреловидности концевых шайб. Анализ влияния стреловидности концевых шайб показывает, что при чисто дозвуковом обтекании изменение стреловидности концевых шайб в диапазоне $\chi_{ш} = -30 \div 30^\circ$ оказывает несущественное влияние на суммарные аэродинамические характеристики системы «крыло+шайбы» (рис. 11). Изменение стреловидности шайб заметно проявляется в изменении $c_{n_{сеч}}$ по самой шайбе: чем меньше стреловидность шайб, тем сильнее загружены концы крыла и корневые сечения шайб. Увеличение отрицательной стреловидности шайб приводит к резкому снижению $c_{n_{сеч}}$ в концевых сечениях шайб. Отметим, что при положительной стреловидности распределение $c_{n_{сеч}}$ по $\bar{h}_{ш}$ существенно отличается от распределения $c_{у_{сеч}}$ по \bar{z} крыла с положительной стреловидностью, где максимальные значения достигаются в концевой части крыла, в то время как на шайбе при всех значениях $\chi_{ш}$ максимум достигается в корневом сечении шайбы и далее монотонно убывает по $\bar{h}_{ш}$. Это обусловлено значительными уменьшениями скасов потока по $\bar{h}_{ш}$. Выбор целесообразного угла стреловидности шайбы определяется влиянием сжимаемости и вязкости на крейсерском режиме, которые могут привести к возникновению скачков и отрывов, особенно в области сочленения крыла и шайбы.

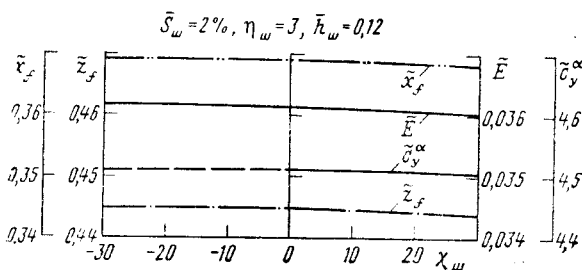


Рис. 11

Влияние сужения шайб.

Исследования влияния сужения шайб проведены при одинаковой относительной площади шайб $\bar{S}_{ш} = 2\%$ и стреловидности шайб $\chi_{ш} = 30^\circ$. Представленные на рис. 12 зависимости

c_y^a , \bar{z}_f , $\bar{x}_f = f(\eta_{ш})$ показывают, что с увеличением сужения шайбы несколько уменьшается индуктивное сопротивление системы «крыло + шайбы», увеличивается c_y^a , а аэродинамический фокус смещается к концу крыла. Это вызвано тем, что при постоянной площади шайб с увеличением сужения шайбы увеличивается перекрытие концевой хорды крыла, что, как было показано в разделе о влиянии площади шайб, является благоприятным фактором. Соответственно изменение сужения шайбы существенно сказывается на изменении распределения $c_{n_{сеч}}$ по шайбе. Чем больше сужение шайбы, тем сильнее загружены концы шайбы и разгружены ее корневые сечения. Таким образом, с точки зрения уменьшения индуктивного сопротивления и равномерного распределения $c_{n_{сеч}}$ по шайбе на крейсерских режимах более целесообразным является сужение шайб до $\eta_{ш} \leq 3 - 4$. Следует однако отметить, что введение корневых наплывов на шайбе (см. ниже) приводит к снижению потребных $\eta_{ш}$, определяемых по трапеции.

Смещение шайбы по концевой хорде крыла. На рис. 13 и 14 приведены результаты исследований влияния положения шайбы относительно концевой хорды крыла на примере расчетов крыла ($\lambda=8$, $\eta=3$, $\chi=30^\circ$) с концевыми шайбами ($\bar{S}_{ш}=2\%$, $\eta_{ш}=3$, $\chi_{ш}=30^\circ$, $\varphi_{ш}=0$) при пяти положениях по хорде крыла.

Цель данных расчетов — показать, насколько существенно влияние положения шайбы относительно концевой хорды крыла на изменение распределения как $c_{у_{сеч}}$ крыла и $c_{n_{сеч}}$ шайбы, так Δc_p по хорде концевых сечений крыла и корневых сечений шайб. В исходном случае

$$\bar{S}_{ш}=2\%; \eta_{ш}=3; \chi_{ш}=30^\circ; \bar{h}_{ш}=0,12; c_{y_{кр}}=0,5$$

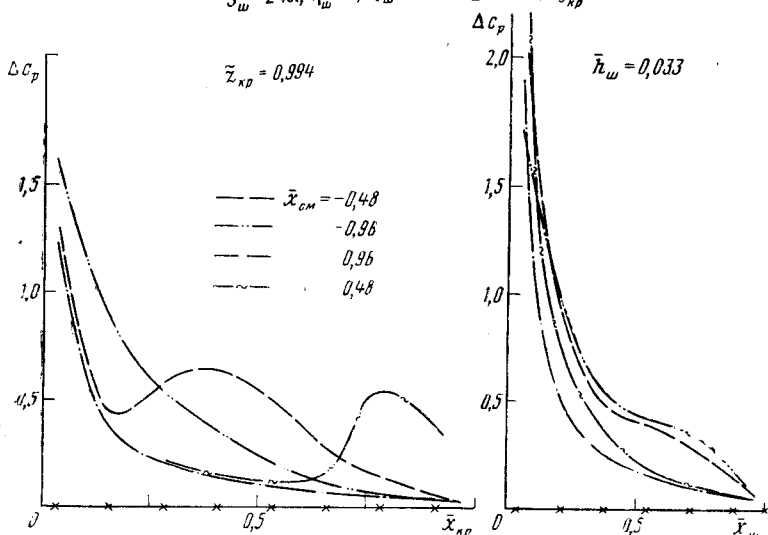


Рис. 13

$$\bar{S}_{ш}=2\%; \chi_{ш}=30^\circ; \bar{h}_{ш}=0,12$$

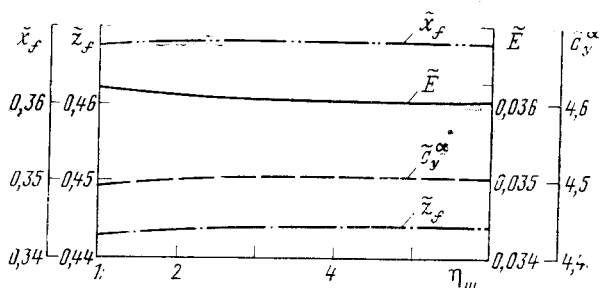


Рис. 12

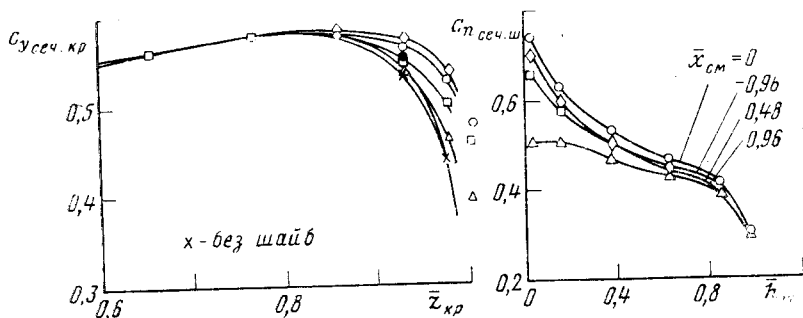


Рис. 14

(задние кромки крыла и шайб совмещены, $\bar{x}_{см} = 0$) достигается минимум индуктивного сопротивления, однако получаемое в этом случае распределение нагрузки по крылу и шайбе может быть неблагоприятным вследствие возникновения дополнительных возмущений на верхней поверхности крыла и шайб и усиления градиентов давления, способствующих возникновению отрыва и увеличения профильного сопротивления. Дополнительное смещение вперед ($\bar{x}_{см} = -0,96$) усиливает эти явления. Наоборот, смещение шайбы назад ($\bar{x}_{см} = 0,96$) по потоку приводит к более благоприятному распределению $c_{n сеч. ш}$ и Δc_p как по шайбе, так и по крылу. При этом следует отметить, что индуктивное сопротивление в этом случае увеличивается незначительно. Таким образом, варьируя положение шайбы на конце крыла, можно добиться более благоприятного распределения как $c_{n сеч. ш}$, так и Δc_p с целью улучшения условий обтекания крыла с шайбой в реальном потоке газа. Смещение шайбы назад, приводящее к более равномерному распределению нагрузки по шайбе, отражает тот факт, что со смещением назад расширяется зона интенсивных перетеканий и в ней выравниваются скосы. При выборе положения шайбы относительно корневой хорды крыла следует учитывать помимо аэродинамических факторов также вес конструкции шайбы, влияние ее на флаттер и т. д. Например, при наличии концевых контейнеров или баков появляется конструктивная возможность смещения шайбы назад. Однако в большинстве аэродинамических компоновок пассажирских и транспортных самолетов более целесообразным оказывается установка шайбы в пределах концевой хорды крыла так, чтобы задняя кромка крыла совпадала с задней кромкой шайбы. С точки зрения индуктивного сопротивления такое положение является благоприятным, а ослабление отмеченных выше неблагоприятных эффектов, связанных с увеличением возмущений в области сочленения крыла с шайбой, достигается путем выбора надлежащего угла установки $\alpha_{ш}$, крутки шайбы и ее профилировки.

Рассмотренные результаты расчетов позволяют представить влияние основных геометрических параметров крыла и шайб на эффективность шайб в рамках расчетов в идеальной несжимаемой жидкости. Однако, как показывают результаты экспериментальных исследований, для реализации максимальной эффективности от установки шайб при их разработке необходимо учитывать влияние вязкости и сжимаемости. Ранее уже отмечалось, что наиболее важной информацией, получаемой из проведенных расчетов, является информация о распределении $c_{n сеч. ш}$ шайбы и $c_{у сеч. кр}$ крыла. Поэтому, чтобы добиться условий, близких к без-

отрывному обтеканию, при проектировании шайб необходимо стремиться к тому, чтобы местные значения $c_{n\text{сеч}}$ шайбы и $c_{y\text{сеч}}$ крыла соответствовали значениям c_y , при которых реализуется безотрывное обтекание на профилях крыла и шайбы. Следовательно, помимо рассмотренных выше параметров необходимо рассмотреть влияние угла установки, крутки, наплывов, оказывающих сильное влияние именно на местные значения $c_{y\text{сеч}}$ шайбы и $c_{n\text{сеч}}$ крыла.

Влияние угла установки и крутки шайб. Рассмотрим влияние угла установки шайбы $\alpha_{ш}$ на распределение $c_{n\text{сеч}}$ шайбы и $c_{y\text{сеч}}$ крыла. Расчеты проводились для стреловидного крыла ($\lambda_{кр}=8$, $\eta_{кр}=3$, $\chi_{кр}=30^\circ$) и шайбы ($\bar{S}_{ш}=2\%$, $\eta_{ш}=3$, $\chi_{ш}=30^\circ$, $\bar{h}_{ш}=0,12$) при изменении угла установки плоской шайбы $\alpha_{ш} = -4 \div 4^\circ$ (рис. 15). Видно, что переход к отрицательным углам $\alpha_{ш}$ уменьшает местные значения $c_{n\text{сеч}}$ шайбы и $c_{y\text{сеч}}$ концевых сечений крыла. Этот параметр является одним из основных параметров, определяющих эффективность шайб. Конкретная величина отрицательного угла зависит от формы профиля сечения шайбы. Предварительный ее выбор проводится путем расчетов с учетом формы ее срединной поверхности. Окончательный выбор отрицательного угла проводится экспериментально путем испытаний при различных $\alpha_{ш}$, так как теоретически пока невозможно рассчитать сложное вязкое пространственное течение в области сочленения крыла с шайбой при околозвуковых скоростях.

Рассмотрено влияние угла крутки концевой сечения шайбы относительно корневого при расчетах того же крыла и шайбы при $\alpha_{ш}=0$. Было выбрано значение $\varphi_{ш}$, равное -3° на конце. Крутка шайбы может существенно регулировать распределение $c_{n\text{сеч}}$ по шайбе. Этот прием в сочетании с $\alpha_{ш}$ и формой профиля будет использоваться ниже для получения благоприятного распределения $c_{n\text{сеч}}$ по шайбе. При этом по высоте шайбы могут применяться различные законы распределения $\varphi_{ш}(\bar{h}_{ш})$. Наряду с влиянием угла установки и закрутки сечений шайбы на распределение $c_{n\text{сеч}}$ и величину $c_{n\text{сеч}}$ при одном и том же $\alpha_{ш}$ оказывает влияние и сжимаемость. Как уже отмечалось ранее, в используемом методе учет влияния сжимаемости производится по правилу Прандтля—Глауэрта. Представленные на рис. 16 зависимости $c_{n\text{сеч}}$ по шайбе, полученные на том же крыле с той же шайбой при $\alpha_{ш}=0$ и

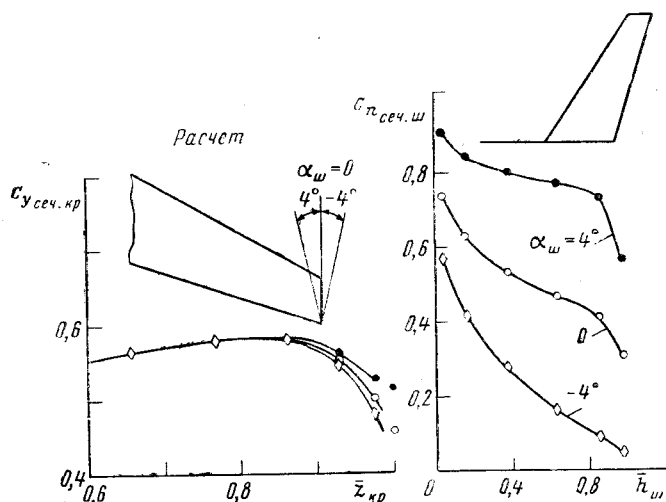


Рис. 15

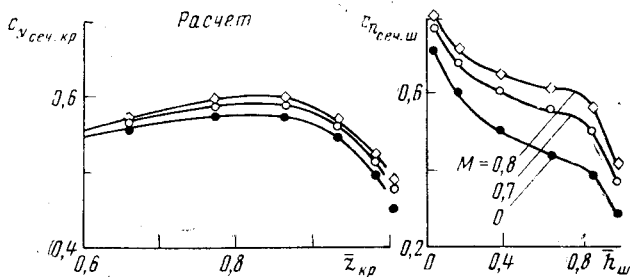


Рис. 16

различных числах Маха, показывают, что увеличение числа M приводит к росту $c_{n_{сеч}}$ по всему размаху шайб. Это указывает на то, что с увеличением числа Маха для обеспечения безотрывного обтекания шайбы необходимо устанавливать на более отрицательные углы установки $\alpha_{ш}$, что и подтверждается результатами экспериментальных исследований.

Влияние наплывов на шайбах. Рассмотренные ранее параметры шайб влияют на величину удельной нагрузки на шайбах. Однако уменьшение этой нагрузки при сохранении геометрических параметров шайб приводит к потере их эффективности. Как показывают расчетные и экспериментальные данные, наиболее сильно загруженными, а значит и наиболее подверженными отрыву являются корневые сечения шайб. Для того чтобы снизить местные значения $c_{n_{сеч}}$, не уменьшая значения циркуляции в корне шайб, и тем самым сохранить эффективность шайб, было предложено использовать введение корневых наплывов на шайбах. Использование наплывов при выборе формы шайбы в плане является важным средством регулирования $c_{n_{сеч}}$ по высоте шайб. Иллюстративные расчеты проводились на том же крыле с той же шайбой.

Как и предполагалось, введение наплывов на шайбах приводит к снижению $c_{n_{сеч}}$ шайбы в области наплыва и несколько загружает остальную часть шайбы (рис. 17). Причем чем больше $S_{напл}$, тем больше снижение $c_{n_{сеч}}$ в корневых сечениях шайбы. Исследования по влиянию переднего или заднего наплыва показывают, что введение переднего

наплыва является более благоприятным, так как приводит при одной и той же площади наплыва к несколько большему снижению $c_{n_{сеч}}$ вследствие увеличения эффективной стреловидности в этой области. Кроме того, это обстоятельство благоприятно сказывается при разработке шайб на модели самолетов, имеющих большие крейсерские числа Маха, так как передний наплыв приводит к большей эффективной стреловидности. Однако видно, что введение наплыва может привести к появлению неравномерности в распределении $c_{n_{сеч}}$, которую можно устранять различными способами (круткой, изменением местной формы в плане и т. д.), включая и изменение высоты наплыва. Исследования

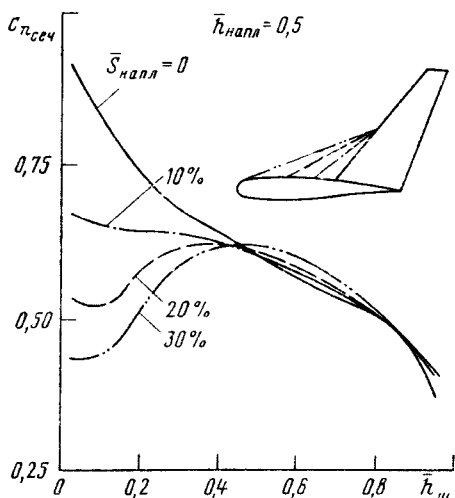


Рис. 17

ния по влиянию высоты наплыва показывают, что высота наплыва (при $S_{\text{напл}} = \text{const}$) является также важным фактором, определяющим закон распределения $c_{n_{\text{сеч}}}$. Таким образом, варьируя площадь, высоту наплыва, угол установки и крутки, можно добиться необходимого закона распределения нагрузки по шайбе для различных режимов полета.

Влияние угла развала шайб. Одним из важных геометрических параметров, характеризующих эффективность концевых шайб на крыле, является угол развала шайб (угол отклонения строительной плоскости шайб от вертикали к поверхности крыла). Полученные результаты расчетов аэродинамических характеристик крыла при различных положениях концевой шайбы относительно вертикали позволяют выявить величину и характер влияния шайб при их установке на верхней или нижней поверхности крыла. Изменения угла развала концевых шайб проводились путем вращения шайбы ($\bar{S}_{\text{ш}} = 2\%$, $\eta_{\text{ш}} = 3$, $\chi_{\text{ш}} = 30^\circ$) вокруг оси, проходящей через концевое сечение крыла. Таким образом, при расположении шайбы над строительной плоскостью крыла она выполняет функции верхней шайбы, а под строительной плоскостью — функции нижней шайбы.

При установке верхней или нижней шайб с одинаковым углом развала влияние их на суммарные аэродинамические характеристики системы «крыло+шайба» имеет качественно одинаковый характер. Однако установка шайб сверху или снизу неоднозначно сказывается на распределении $c_{n_{\text{сеч}}}$ по шайбе и в концевых сечениях крыла. Установка шайб сверху приводит к несколько большей загрузке корневых сечений шайбы и концевых сечений крыла. Чем меньше отклонение их от вертикали к поверхности крыла, тем больше разница в корневых сечениях верхней и нижней шайб.

На основании вышесказанного анализ влияния угла развала шайб на аэродинамические характеристики проведем применительно только к верхним шайбам.

С увеличением угла развала шайб $\gamma_{\text{ш}} = 0 \div 90^\circ$ увеличивается c_y , $m_{x_{\text{изг}}}$, m_z системы «крыло+шайбы» при уменьшении индуктивного сопротивления (рис. 18). Таким образом, чем больше $\gamma_{\text{ш}}$, тем меньше индуктивное сопротивление системы «крыло+шайбы», но при этом уве-

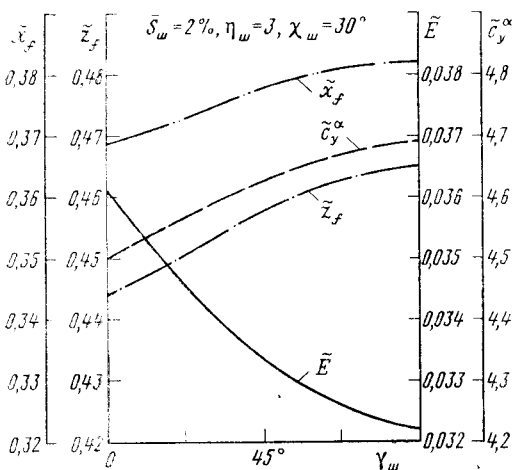


Рис. 18

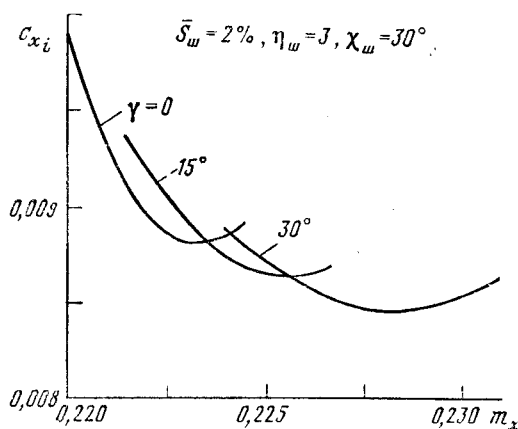


Рис. 19

личивается изгибающий момент в корне крыла. При выбранных размерах шайбы ($\bar{S}_{ш}$, $\bar{h}_{ш}$) наибольший выигрыш в индуктивном сопротивлении при $\gamma_{ш}=0$ возможен при таком угле $\alpha_{ш}$, при котором значение $c_{n_{сеч}}$ велико и может привести к росту профильного сопротивления. Поэтому приходится уменьшать $\alpha_{ш}$ до значения, приемлемого с точки зрения величины $c_{n_{сеч}}$, несколько теряя при этом выигрыш в c_{x_i} . Однако можно уменьшить $c_{n_{сеч}}$ (при $c_y = \text{const}$) путем увеличения угла развала шайбы до $\gamma_{ш}=10 \div 15^\circ$, сохранив при этом значение $m_{x_{изг}}$, соответствующее минимуму c_{x_i} . При $\gamma_{ш}=10 \div 15^\circ$ и допустимом $c_{n_{сеч}}$ значение c_{x_i} получается несколько меньше, чем при $\gamma_{ш}=0$ (рис. 19). В связи с этим для дальнейших экспериментальных исследований были выбраны шайбы с углом развала $\gamma_{ш}=10 \div 15^\circ$.

Двусторонние шайбы. Для определенного типа крыльев и горизонтального оперения целесообразно использовать двойные шайбы. Рассмотрим, к чему приводит размещение шайб как сверху, так и снизу при одинаковой их суммарной площади. Такое размещение практически не сказывается на суммарных аэродинамических характеристиках крыла с шайбами. Однако при этом наблюдается изменение распределения $c_{n_{сеч}}$ по шайбам. При равной площади верхней и нижней шайб ($\bar{h}_{ш.в} = \bar{h}_{ш.н} = 0,05$) $c_{n_{сеч}}$ по шайбам получается близким. С увеличением площади верхней шайбы при одновременном снижении площади нижней шайбы $c_{n_{сеч}}$ на верхней шайбе растет, а на нижней падает. При реализации двойных шайб на практике возникают определенные трудности, связанные как с их взаимной настройкой, что приводит к дополнительным профильным потерям в угловых стыках крыла с шайбами, так и с обеспечением клиренса крыла на взлетно-посадочных режимах. Поэтому на крыльях конкретных самолетов исследуются в основном односторонние шайбы.

ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫЕ ИССЛЕДОВАНИЯ ВЛИЯНИЯ КОНЦЕВЫХ ШАЙБ НА АЭРОДИНАМИЧЕСКИЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ КРЫЛЬЕВ

Для более точного воспроизведения детальной геометрии концевых шайб малой относительной площади и выявления особенностей их обтекания в широком диапазоне чисел Маха и значений c_y в силу малых размеров шайб на полных моделях самолетов в аэродинамической трубе Т-106 необходимо было поставить эксперимент таким образом, чтобы влияние концевых шайб и изменение их геометрических параметров приводило к существенным по величине изменениям аэродинамических характеристик крыла. Как было показано в расчетных исследованиях, таким требованиям отвечает крыло малого удлинения без крутки. С этой целью было решено тематические экспериментальные исследования по влиянию установки концевых шайб на аэродинамические характеристики крыла провести на полумодели, имитирующей консольную часть стреловидного крыла большого удлинения ($\lambda=9$) с установленной шайбой и без нее. Такой подход позволил обойти ограничения, накладываемые в трубах на геометрические размеры конца крыла и шайб. Геометрические параметры шайбы и конца крыла этой модели принимались такими же, как на крыле большого удлинения.

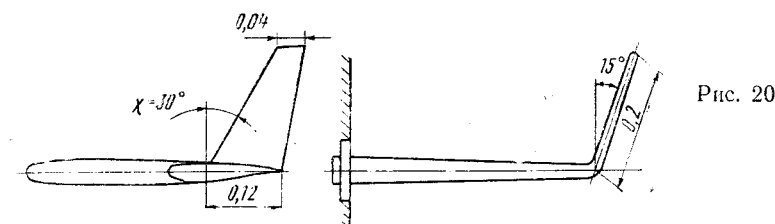


Рис. 20

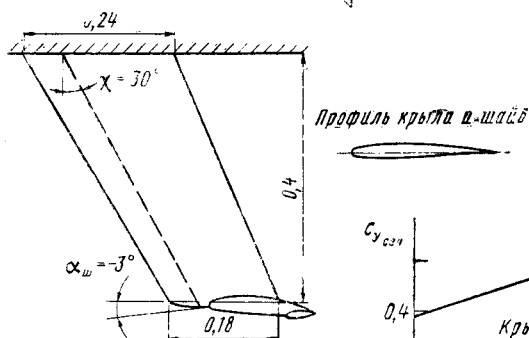
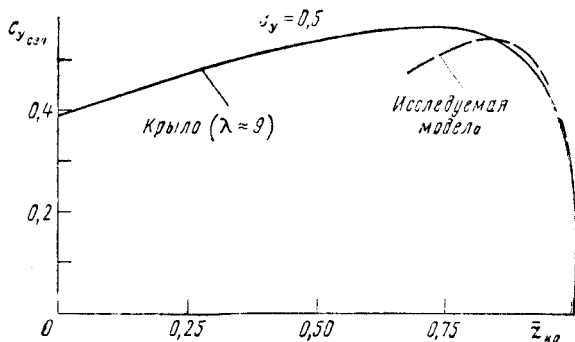


Рис. 21



Были спроектированы и изготовлены две модели крыла с шайбой, представляющие собой полумодели крыла с $\lambda=4$, $\chi=30^\circ$ и $\eta=1,33$ (рис. 20). Одна модель была предназначена для весовых испытаний, другая — для исследований распределения давления. Обоснованность такого подхода подтверждается результатами расчетов $C_{y\text{сеч}}$, сделанных для изолированного крыла ($\lambda=9$) и исследуемой полумодели консоли крыла. Видно (рис. 21), что в области $z_{\text{кр}\lambda=9} > 0,85$ и $z_{\text{кр}\lambda=4} > 0,5$ реализуются близкие значения $C_{y\text{сеч}}$. Однако углы атаки сравниваемых при этом крыльев будут различными. Так, например, для $C_y=0,5$ разность в углах атаки крыльев по результатам расчетов $\Delta\alpha \approx 2^\circ$. В связи с этим анализ влияния шайб проводится при фиксированных значениях C_y крыла.

Проведенные экспериментальные исследования на двух полумоделях подтвердили правильность выбранного подхода и позволили получить более полную информацию о влиянии шайб на аэродинамические характеристики крыла в широком диапазоне чисел Маха и значений C_y крыла.

Следует также отметить, что использование полумодели позволило решить вопросы, связанные с изменением изгибающих моментов от установки шайб, и подтвердило методику по измерению приращений в изгибающих моментах $\Delta m_{\text{изг}}$ от установки шайб на полных моделях в аэродинамических трубах с использованием тензовесов, предназначенных для измерения момента m_x .

Влияние установки шайб на аэродинамические характеристики крыла показано на примере сравнения аэродинамических характеристик крыла без шайб и крыла с верхней односторонней шайбой, установленной с углом развала $\gamma_{ш} = 15^\circ$ и углом установки $\alpha_{ш} = -2^\circ$.

Сравнение зависимостей $c_y = f(\alpha)$ показывает, что в рассмотренном диапазоне чисел $M = 0,6 \div 0,82$ установка шайб приводит к увеличению производной $c_{y\alpha}$ и некоторому увеличению $c_{y_{\max}}$ и c_{y_0} . Данные шайбы существенно уменьшают индуктивное сопротивление системы «крыло + шайбы», что видно из рис. 22, где даны поляры крыла с шайбами и без них. Помимо уменьшения индуктивного сопротивления шайбы вносят дополнительное сопротивление, которое проявляется через увеличение c_{x_0} . Выигрыш в индуктивном сопротивлении начинает превышать собственное сопротивление шайб при $c_{y_0} \geq 0,15$, а с ростом c_y увеличивается.

Уменьшение сопротивления, связанного с установкой концевой шайбы, приводит к увеличению аэродинамического качества. Испытания показали, что ΔK_{\max} мало изменяется по числам Маха и сохраняется при закритическом режиме обтекания, т. е. применение шайб на стреловидных крыльях гражданских и транспортных самолетов является эффективным и при больших дозвуковых скоростях полета. Увеличение нагрузки на концах крыла и наличие нормальных сил на шайбе приводит к увеличению изгибающего момента во всех сечениях крыла, включая и корневые. На рис. 23 приведены зависимости $m_{x_{изг}} = f(\alpha)$ для крыла с шайбами и без шайб, полученные весовым методом в корневых сечениях крыла. Видно, что в области $\alpha = -2 \div 8^\circ$ зависимости $m_{x_{изг}} =$

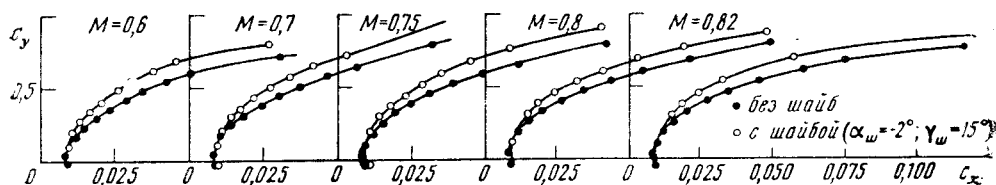


Рис. 22

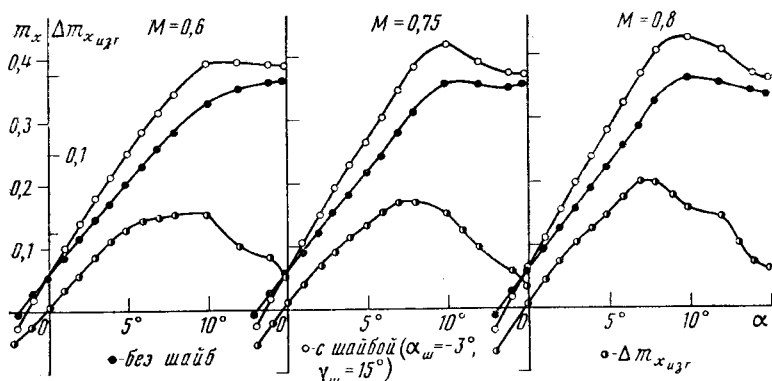


Рис. 23

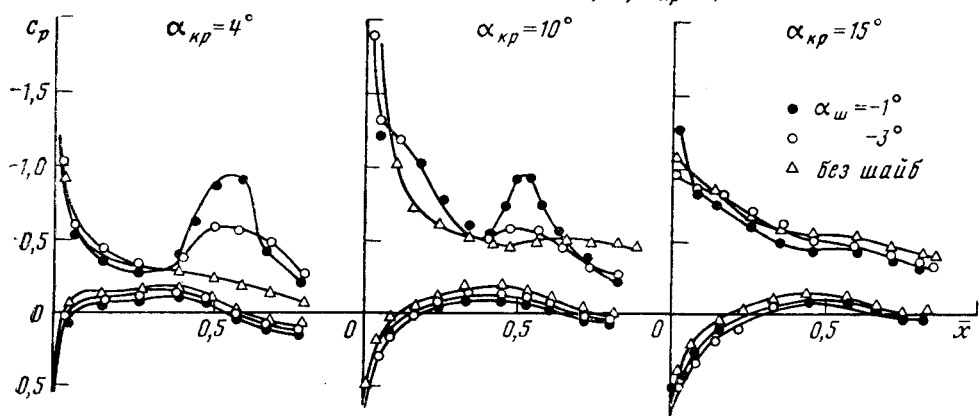


Рис. 24

$=f(\alpha)$ имеют характер, близкий к линейному, причем производная $m_{x_{изг}}$ с шайбами выше, чем без шайб. Там же даны разности $\Delta m_{x_{изг}} = (m_{x_{изг}} \text{ с ш} - m_{x_{изг}} \text{ без ш})$, показывающие изменение изгибающего момента в корне крыла за счет установки шайбы. Кривая $m_{x_{изг}} = f(\alpha)$ имеет максимум, величина которого несколько возрастает по числам Маха и смещается на меньшие углы α . Наличие такого максимума является важным фактором, который нужно учитывать при оценке увеличения изгибающего момента за счет установки шайбы при больших углах α .

Наличие максимума и уменьшение $\Delta m_{x_{изг}} = f(\alpha)$ при больших углах α обусловлено перераспределением $c_{у_{сеч}}$ за счет установки шайбы. Увеличение $c_{у_{сеч}}$ на концах крыла приводит к более ранним местным отрывам по α , а с учетом большого плеча на концах крыла эти отрывы существенно уменьшают $\Delta m_{x_{изг}}$.

На рис. 24 приведено сравнение распределения давления по крылу в сечении $\bar{z}=0,975$ с шайбой и без шайб при различных углах атаки крыла $\alpha=4^\circ, 10^\circ, 15^\circ$. Видно, что при $\alpha=15^\circ$ $c_{n_{сеч}}$ без шайб выше $c_{n_{сеч}}$ в том же сечении при установке шайб. Следует также отметить, что при больших углах атаки из-за влияния срывного обтекания по верхней поверхности крыла на шайбе происходит перестройка обтекания таким образом, что значения $c_{n_{сеч}}$ по шайбе стремятся к нулю или даже меняют свой знак в концевых сечениях. Естественно, что на таких больших углах α эффективность шайбы вследствие отрыва падает. Это несправедливо в случае механизированного крыла с закрылками и предкрылками, так как улучшение обтекания крыла на больших c_y делает шайбу эффективной на режимах взлета и посадки. Таким образом, выявлено положительное свойство шайб, заключающееся в том, что при больших углах атаки крыла установка шайб не вносит существенных изменений в величину изгибающего момента на крыле, в то время как увеличение удлинения крыла за счет размаха дает приращение в изгибающем моменте при всех углах атаки крыла. Важность полученных экспериментальных данных об изгибающих моментах заключается в том, что проводимые обычно оценки по изменениям в изгибающих мо-

ментах и нагрузках в расчетных случаях на прочность от установки шайб на основе линейной теории приводят к завышению вкладываемого в крыло веса, идущего на его усиление. Анализ изменения в характеристиках момента тангажа при установке шайб показывает, что вследствие загрузки концов стреловидного крыла, как это было показано в расчетных исследованиях, происходит увеличение момента тангажа на пикирование.

Характерным изменением зависимости $m_z(\alpha)$ от установки шайб является нелинейность кривой $m_z(\alpha)$. При этом m_z изменяется резко в сторону кабрирования, а затем при дальнейшем увеличении α достигает экстремума и начинает изменяться в сторону пикирования, как и на крыле без шайб, даже при несколько большем α . Такой своеобразный ход изменения $m_z(\alpha)$ крыла с шайбой обусловлен, так же как и максимум $m_z(\alpha)$, более ранним наступлением концевых отрывов при установке шайб. Вход в срывные режимы остальной части крыла отражает начало изменения $m_z(\alpha)$ в сторону пикирования как крыла без шайб, так и крыла с шайбами.

Влияние установки односторонних шайб на верхнюю или нижнюю поверхность крыла

Как показывают результаты расчетов в рамках теории тонкой несущей поверхности, установка односторонних шайб на верхней или на нижней поверхности крыла приводит к небольшим изменениям в распределении подъемной силы по крылу и шайбам. Отличия в величине суммарной подъемной силы при малых углах атаки крыла незначительны и в первом приближении можно сказать, что установка шайб сверху или снизу равнозначна с точки зрения получения суммарных аэродинамических сил. Однако в условиях реального обтекания на больших углах атаки возможны отличия, связанные с развитием отрыва на концевой части верхней поверхности крыла.

С целью оценки влияния установки верхних или нижних односторонних шайб на суммарные аэродинамические характеристики крыла были проведены испытания полумодели крыла при двух углах установки шайб $\alpha_{ш} = 0$ и $\alpha_{ш} = -2^\circ$ к направлению вектора скорости набегающего потока при углах развала $\gamma_{ш} = 15^\circ$. В случае $\alpha_{ш} = -2^\circ$ верхняя шайба устанавливалась так, чтобы носики шайбы были отклонены от корня крыла, а при установке нижней шайбы носики отклонялись к корню крыла по отношению к хвостикам шайб.

Сравнительный анализ характеристик при установке верхней или нижней шайбы показал следующее.

1. Зависимости $c_y(\alpha)$ получились близкими, немного выше значения $c_{y_{\max}}$ при установке нижней шайбы.

2. При установке нижней шайбы получается несколько большее собственное сопротивление шайб c_{x_i} , чем в случае верхней шайбы. Вследствие этого K_{\max} (рис. 25) при установке верхней шайбы несколько выше, чем при установке нижней шайбы. Возможно, что различие в значениях c_{x_0} обусловлено сложным пространственным течением в сочленении передней кромки крыла с передней кромкой шайбы.

3. Максимальные значения $m_{x_{изг}}$ на больших углах атаки существенно отличаются при установке верхней или нижней шайбы. При установке нижней шайбы максимальный изгибающий момент выше, чем при установке верхней шайбы, что связано с более интенсивным отры-

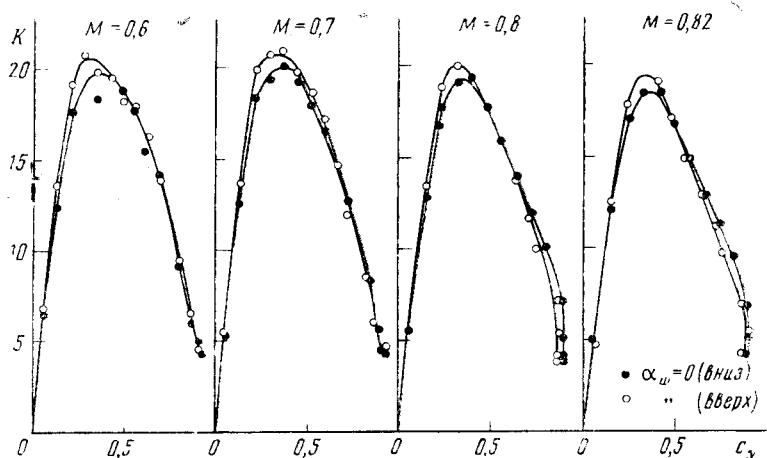


Рис. 25

вом на верхней поверхности крыла при установке верхней шайбы. Это же явление сказывается на развитии хода зависимостей $m_z(\alpha)$ для верхней и нижней шайбы. Нелинейности уменьшаются при установке нижней шайбы по сравнению с установкой верхней шайбы.

В целом данные опыты показывают, что с аэродинамической (K_{\max}) и прочностной ($m_{x_{\text{изг макс}}}$) точек зрения верхняя шайба несколько предпочтительнее, чем нижняя. В связи с этим в дальнейших исследованиях основное внимание уделялось односторонним верхним шайбам малой площади. Для некоторых компоновок (малые числа Маха и большие c_y или функциональные особенности) применение нижних шайб или комбинаций верхней и нижней шайб может оказаться целесообразным.

Влияние угла установки шайб

Важным параметром, определяющим эффективность шайб, является угол установки шайб. Проведенные испытания полумодели в диапазоне $\alpha_{\text{ш}} = -7^\circ \div 0$ при $\gamma_{\text{ш}} = 15^\circ$ подтвердили существенное влияние угла установки шайбы на ее эффективность. Рассмотрим некоторые результаты испытаний.

Основное влияние $\alpha_{\text{ш}}$ на зависимость $c_y(\alpha)$ сводится к сдвигу кривых $c_y(\alpha)$ в сторону меньших углов атаки при изменении $\alpha_{\text{ш}}$ от 0 до -7° . При этом c_y почти не меняется, а α_0 и c_{y_0} уменьшаются. Это наблюдается во всем рассмотренном диапазоне чисел Маха, причем при $\alpha_{\text{ш}} = 0$ и $\alpha_{\text{ш}} = -2^\circ$ кривые c_y близки друг другу, т. е. зависимость α_0 от $\alpha_{\text{ш}}$ является нелинейной.

Характер зависимости $m_z(\alpha)$ при изменении $\alpha_{\text{ш}}$ остается постоянным и сводится к сдвигу в сторону уменьшения моментов, в том числе и m_z , на пикирование. Уменьшение m_z по данной модели вследствие малых λ и η крыла и большой $S_{\text{ш}}$ получается весьма значительным. На реальных крыльях этот эффект сохраняется, но количественно уменьшается. Изменение $m_{x_{\text{изг}}}$ в зависимости от $\alpha_{\text{ш}}$ сходно с изменением $c_y(\alpha)$ и сводится к уменьшению $m_{x_{\text{изг}}}$ при $\alpha_{\text{ш}} = 0 \div -7^\circ$. Влияние $\alpha_{\text{ш}}$ на c_y , m_z и m_x подобно влиянию изменения крутки или вогнутости профиля крыла.

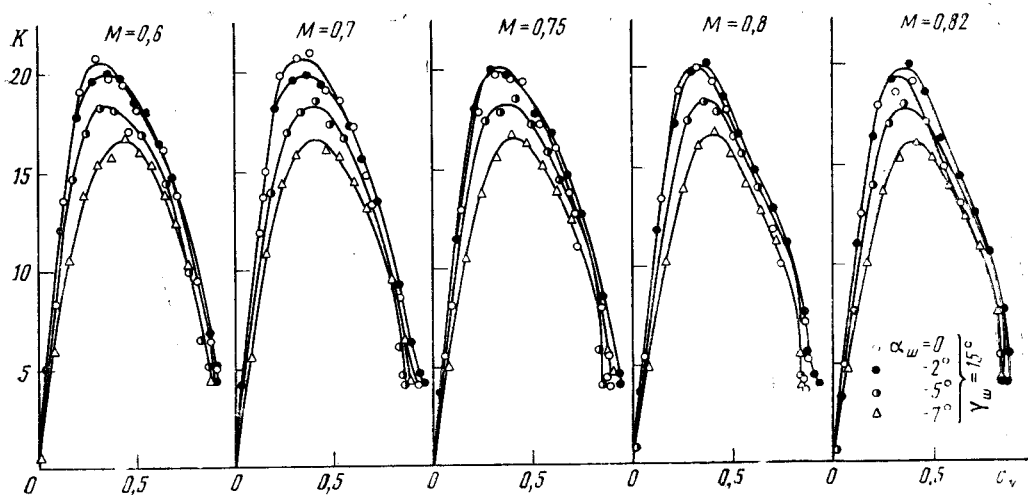


Рис. 26

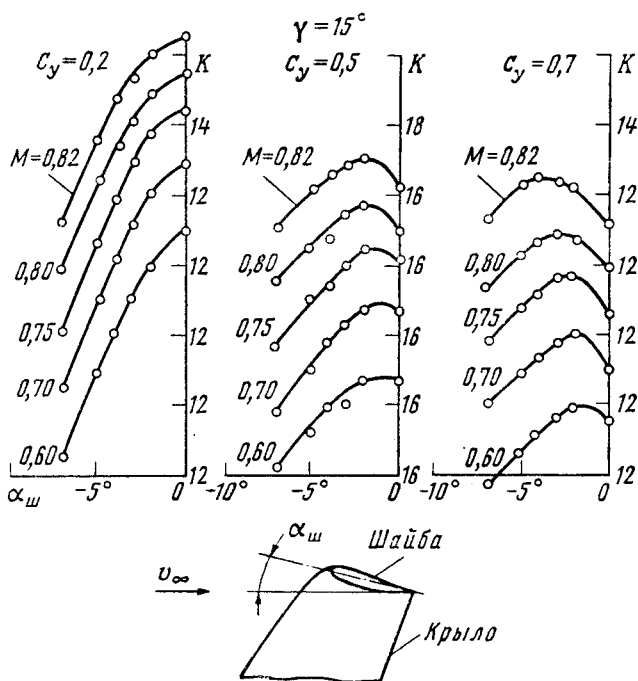


Рис. 27

Уменьшение $\alpha_{ш}$ от 0 до -7° приводит к увеличению c_{x_0} крыла с шайбой, причем значения c_{x_0} при $\alpha_{ш}=0$ и $\alpha_{ш}=-2^\circ$ близки, т. е. зависимость $c_{x_0}(\alpha_{ш})$ существенно нелинейная. На рис. 26 показано изменение $K(c_y)$ при различных $\alpha_{ш}$. Видно, что при больших отрицательных углах $\alpha_{ш}$ величина c_y , соответствующая K_{max} , растет. На рис. 27 приведены зависимости K_{max} , $K_{c_y=0.5}$, $K_{c_y=0.7}$ при различных числах

Маха. Видно, что при больших числах Маха усиливается влияние $\alpha_{ш}$ и целесообразным оказывается применение отрицательных углов $\alpha_{ш}$. Так, например, при $c_y = 0,5$ и $M = 0,8$ оптимальный угол $\alpha_{ш} = -2^\circ$. С ростом c_y оптимальный угол $\alpha_{ш}$ смещается в сторону больших отрицательных значений $\alpha_{ш}$. На реальных компоновках часто оказывается целесообразным применять большие отрицательные углы $\alpha_{ш}$, чем на исследованной модели полукрыла. Это зависит от вогнутости профиля сечений шайбы (с увеличением вогнутости растут оптимальные отрицательные значения $\alpha_{ш}$), от местных значений $c_{y_{сеч}}$ на концах крыла и $c_{n_{сеч}}$ корневых сечений шайбы (увеличение $c_{n_{сеч}}$ и $c_{y_{сеч}}$ приводит к росту потребных отрицательных значений $\alpha_{ш}$).

Влияние угла развала шайб

Выше было показано, что при увеличении угла развала шайб $\gamma_{ш}$ растет изгибающий момент, уменьшается индуктивное сопротивление и увеличиваются местные коэффициенты $c_{n_{сеч}}$ (это в значительной мере обусловлено тем, что хорда шайбы меньше хорды крыла). Там же указывалось на то, что если ограничить местные значения $c_{n_{сеч}}$ и допустить лишь небольшое увеличение изгибающего момента в корне крыла, то целесообразно выбрать угол развала $\gamma_{ш} = 10 \div 15^\circ$. Теория тонкой несущей поверхности, использованная в расчетах, не позволяет учесть влияние чрезмерно больших $c_{n_{сеч}}$, приводящих к отрыву на шайбе и снижению аэродинамического качества. Для выяснения этого явления были проведены испытания по влиянию $\gamma_{ш}$ на аэродинамическое качество в диапазоне изменения $\gamma_{ш} = 5 \div 20^\circ$.

Видно (рис. 28), что при углах $\gamma_{ш} \geq 15^\circ$ эффективность шайб изменяется незначительно, что особенно заметно при больших числах Маха. С ростом числа Маха значения $c_{n_{сеч}}$ на шайбе увеличиваются, что приводит к дополнительному увеличению изгибающего момента. На рис. 28 приведены зависимости $\Delta K / \Delta \bar{m}_{изг} = f(\alpha)$, характеризующие прирост

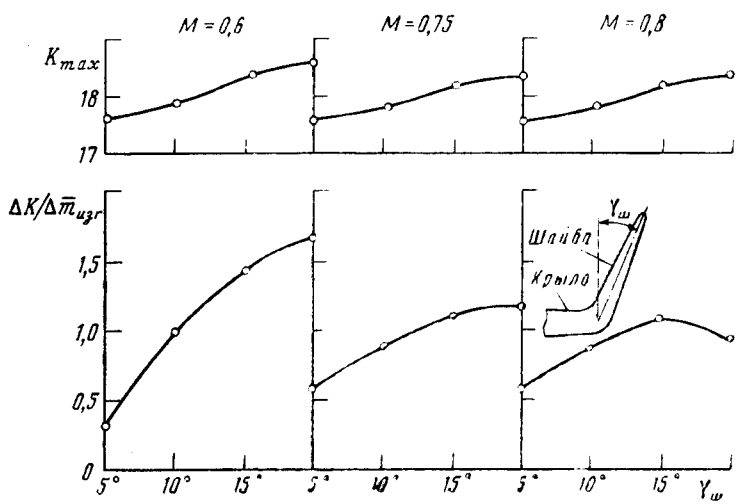


Рис. 28

аэродинамического качества на единицу приращения изгибающего момента в корне крыла при различных числах Маха $\left(\Delta K = \frac{K_{кр+ш} - K_{кр}}{K_{кр}} \right)$, $\Delta m_{x_{изг}} = \frac{M_{x_{кр+ш}} - M_{x_{кр}}}{M_{x_{кр}}}$). Видно, что при $\gamma_{ш} = 15 \div 20^\circ$ достигается максимум в значениях $\Delta K / \Delta m_{x_{изг}}$. С увеличением числа Маха оптимальное значение угла развала уменьшается. С учетом этих результатов на моделях самолетов исследуемые концевые шайбы устанавливались с углом развала $\gamma_{ш} = 10 \div 20^\circ$.

Результаты физических исследований

Для получения подробной информации о влиянии установки концевых шайб на распределение давления по крылу и шайбе была испытана дренированная полумодель с концевой шайбой, которая позволила реализовать дренаж не только по размаху крыла (6 сечений) и шайбы (4 сечения), но и хорде (41 точка в сечениях крыла и 25 точек в сечении шайбы, за исключением $h_{ш} = 0,8$), см. рис. 20. Идентичность данной модели весовой позволила получить информацию о явлениях, связанных с особенностями обтекания шайб при различных числах Маха и значениях c_y , и связать их с результатами весовых испытаний [10].

Наибольшее увеличение аэродинамического качества на данном крыле достигается в области значений $\alpha_{ш} = -3 \div 1^\circ$ в зависимости от числа Маха и значений c_y . Исследования влияния $\alpha_{ш}$ на распределение давления проведены при двух положениях шайб $\alpha_{ш} = -1^\circ$ и $\alpha_{ш} = -3^\circ$. Для сравнения испытано изолированное крыло без шайб. Испытания проводились в диапазоне чисел $M = 0,5 \div 0,9$ и значений $\alpha = 2 \div 15^\circ$.

Представленные на рис. 29 эпюры распределения давления по крылу в четырех сечениях показывают, что влияние установки верхних односторонних шайб на распределение давления по поверхности крыла проявляется двояко. Во-первых, установка шайб приводит к увеличению истинного угла атаки концевых сечений крыла. Во-вторых, наблюдается сложение местных возмущений крыла и шайбы, приводящих к дополнительному разгону потока в хвостовой части верхней поверхности крыла и образованию на этой поверхности второго минимума давлений и усилению диффузорности в ее хвостовой части. Пик разрежения в этой области по всем сечениям крыла находится вблизи точки максимальной толщины корневого сечения шайбы. С увеличением угла атаки крыла пик разрежения на крыле растет, а область начала разгона потока разворачивается против потока. Важность полученных материалов состоит в наглядной демонстрации того, что данный эффект в основном определяется сжимаемостью. С уменьшением числа Маха область местного разгона потока от установки шайб сужается, а величина пика разрежения в этой области падает. И наоборот, с увеличением числа Маха область разгона потока от установки шайб расширяется, а величина пиков разрежения резко растет вплоть до появления скачков уплотнения в этой области (рис. 30, $M = 0,8$; $z_{кр} = 0,991$; $\alpha_{ш} = -1^\circ$). Как уже отмечалось, сильным фактором, определяющим размеры области и величину разрежения в ней, является загрузка шайб. Варьируя угол установки шайб, можно добиться существенного изменения их загрузки. Проведенные исследования при различных углах установки

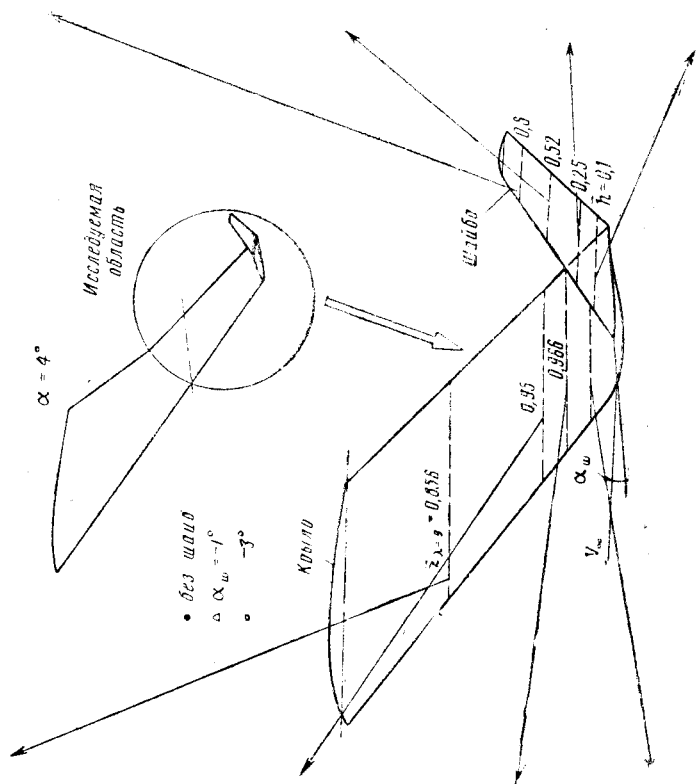
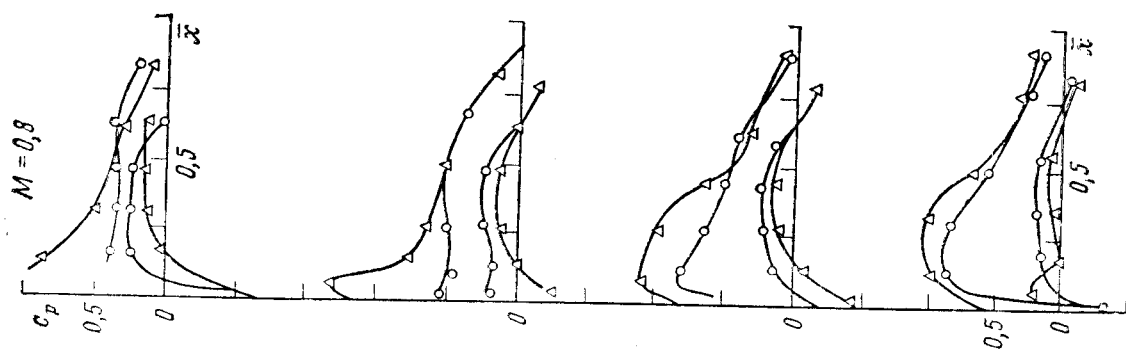
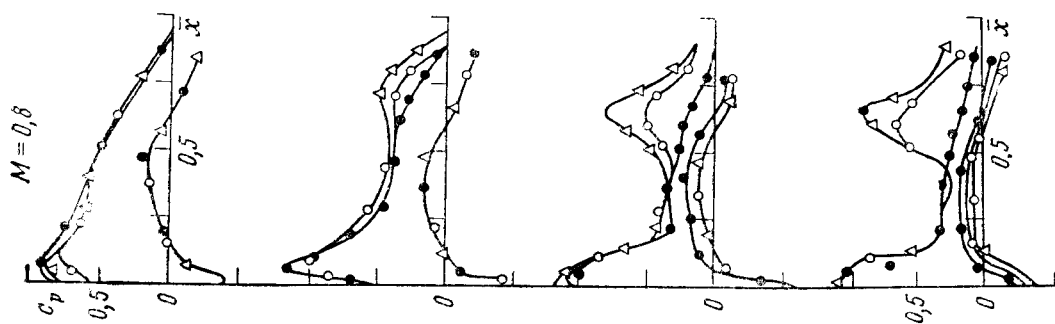


Рис. 29



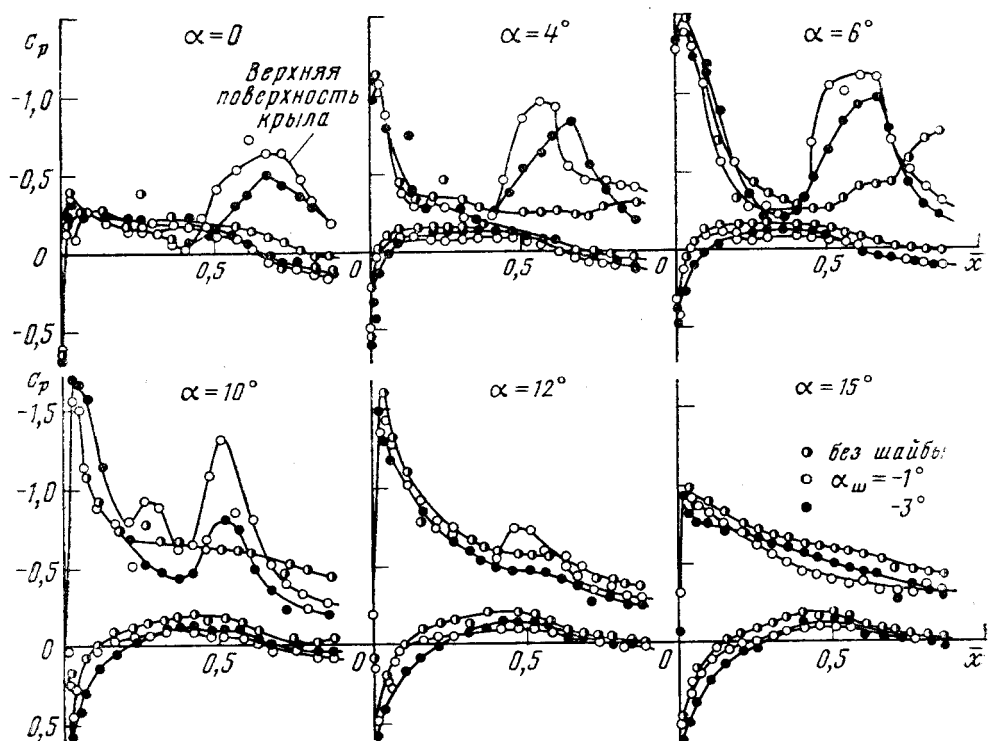


Рис. 30

шайб показывают, что чем больше $\alpha_{ш}$, тем больше пики разрежения и большая область крыла оказывается в зоне влияния шайб. Увеличение диффузорности в хвостовой части верхней поверхности крыла может привести к образованию отрыва, опасность которого усиливается с ростом α и M . Из результатов испытаний видно, что уменьшение $\alpha_{ш}$ с -1° до -3° оказывает благоприятное влияние, снижая дополнительные разрежения. К сожалению, невозможность дренажа области, непосредственно примыкающей к задней кромке, не позволила сделать окончательного количественного вывода о наличии или отсутствии отрыва. В то же время явно видно, что при $\alpha_{ш} = -1^\circ$ наблюдается значительно худшее восстановление давления при приближении к задней кромке (рис. 30).

Рассмотрение полученного распределения давления по крылу как с шайбами, так и без шайб при больших углах атаки крыла в концевых сечениях крыла ($\bar{z}_{кр} = 0,975; 0,99$) позволяет объяснить причины снижения $m_{x_{изг}}$ от установки шайб при больших углах атаки крыла. Результаты испытаний показывают, что на изолированном крыле располагается концевой вихрь, генерирующий разрежение на верхней поверхности крыла в хвостовой области. С увеличением угла атаки крыла область разрежения и значения разрежения в ней растут, а наибольшее разрежение реализуется вблизи задней кромки крыла при $\alpha \geq 6^\circ$. Его наличие в концевой области верхней поверхности крыла приводит к дополнительному увеличению как сопротивления, так и изгибающего момента на изолированном крыле, причем эти добавки не учитываются расчетным путем.

Вследствие того, что концевые шайбы увеличивают истинные углы атаки концевых сечений крыла, на этих сечениях срываются режимы на-

ступают раньше, чем на изолированном крыле. Кроме того, шайбы препятствуют образованию интенсивного концевых вихря и связанного с ним увеличения разрежения на верхней поверхности крыла. В силу этих причин местные значения $c_{n\text{сеч}}$ крыла с шайбами и без шайб при $\alpha \gg 10^\circ$ сближаются и тем самым уменьшают получаемые приращения в изгибающих моментах в корне крыла от установки шайб при больших углах атаки крыла, что и отмечалось в весовых испытаниях.

Обтекание шайбы существенно зависит от влияния на нее крыла (см. рис. 29), причем в корневой части шайбы крыло влияет не только на величину схода потока, но и на местные особенности распределения давлений. На том участке корневых сечений шайбы, где на крыле возникают дополнительные местные пики разрежений, на передней половине верхней поверхности шайбы возникают дополнительные местные скорости. Из данных опытов, например при $\alpha_{\text{ш}} = -1^\circ$ ($M = 0,8$), видно образование скачков уплотнения в корневых сечениях шайбы. При $\alpha_{\text{ш}} = -3^\circ$ возмущения уменьшаются, что вновь свидетельствует о благоприятном влиянии угла установки $\alpha_{\text{ш}}$. По мере удаления от корневого сечения шайбы влияние крыла на дополнительные местные скорости по шайбе ослабляются и основным становится влияние крыла на истинный угол атаки сечений шайбы. Обтекание сечений шайбы вдали от корня сходно с обтеканием сечений стреловидного крыла с тем же профилем. При этом сохраняется благоприятное влияние перехода от $\alpha_{\text{ш}} = -1^\circ$ к $\alpha_{\text{ш}} = -3^\circ$.

Следует отметить еще одну особенность обтекания корневого сечения шайбы, обусловленную сложным пространственным характером обтекания области стыка крыла с шайбой, когда вблизи передней кромки возникает дополнительная область разрежений. Связано это, по-видимому, с изменениями местных углов обтекания носовой части шайбы при наличии крыла. При $\alpha_{\text{ш}} = -3^\circ$ это явление практически исчезает.

ЛИТЕРАТУРА

1. Юрьев Б. Н. Экспериментальная аэродинамика. — М.: Оборонгиз, 1938, т. 2.
2. Красильщиков П. П. Влияние шайб на аэродинамические характеристики крыльев. — Труды ЦАГИ, 1930, вып. 58.
3. Курицкес Я. М. Вихревая теория крыла с концевыми симметричными по высоте шайбами. — Труды ЦАГИ, 1948, вып. 266.
4. Weber J. Theoretical load distribution of a wing with vertical plates. — ARC. RLM. 2960, 1956.
5. Супрун В. М. Управление индуктивным сопротивлением крыла небольшого удлинения с помощью вертикальных поверхностей. — Труды ЛИАП, 1974, вып. 85.
6. Исследования высокоэкономичных транспортных самолетов в США. — Техническая информация. — ОНТИ ЦАГИ, 1975, № 5.
7. Whitcomb R. T. A design approach and selected wind-tunnel results of high subsonic speeds for wing-tip mounted winglets. — NASA TN D-8260, 1976.
8. Белоцерковский С. М. Тонкая несущая поверхность в дозвуковом потоке газа. — М.: Наука, 1965.
9. Чичеров Н. А. Расчет аэродинамических характеристик крыла с концевыми шайбами по теории тонкой несущей поверхности. — Труды ЦАГИ, 1982, вып. 2170.
10. Чичеров Н. А. Экспериментальные исследования распределения давлений на крыле с концевыми шайбами при околозвуковых скоростях. — Ученые записки ЦАГИ, 1986, т. 17, № 3.

ИССЛЕДОВАНИЯ ЭФФЕКТИВНОСТИ МНОГОЭЛЕМЕНТНЫХ («ПЕРЬЕВЫХ») ЗАКОНЦОВОК НА ПРЯМОМ КРЫЛЕ ПРИ МАЛЫХ СКОРОСТЯХ

С. А. КРАВЧЕНКО, Н. А. ЧИЧЕРОВ

КРАТКОЕ СОДЕРЖАНИЕ

Приведены результаты экспериментальных и расчетных исследований на прямом крыле многоэлементных законцовок большого удлинения при малых дозвуковых скоростях. Показано существенное влияние числа элементов, их геометрических параметров и взаиморасположения на концевой хорде крыла, а также угла установки на аэродинамические характеристики несущей системы. В исследованных вариантах многоэлементных законцовок было получено увеличение аэродинамического качества до $\Delta K_{\max} = 8,5$, что составляет примерно 33% от максимального аэродинамического качества исходного крыла ($\lambda = 5,14$) и на 14% выше, чем у крыла равного размаха ($\lambda = 6,28$).

ВВЕДЕНИЕ

В настоящее время у нас в стране и за рубежом проводятся исследования по разработке и усовершенствованию концевых шайб малой относительной площади применительно к дозвуковым самолетам [1, 2]. Однако увеличение аэродинамического качества за счет установки концевых шайб приводит к дополнительному увеличению веса крыла, продольного момента на пикирование, изгибающего момента по размаху крыла и т. п. Поэтому наряду с концевыми шайбами рассматривается возможность использования и других концевых устройств на крыле, уменьшающих индуктивное сопротивление. Среди них являются перспективными и требуют детального изучения многоэлементные, или «перьевые» законцовки (это ряд небольших аэродинамических поверхностей большого удлинения, размещаемых на концевой хорде крыла). Исследование таких законцовок можно рассматривать как одно из направлений концепции применения концевых дополнительных несущих поверхностей для большей адаптации к различным режимам полета и конструктивным особенностям крыльев.

Хотя экономия топлива является основной целью исследований концевых устройств на крыле, существует ряд других проблем, которые могут быть решены при их применении. Так, помимо уменьшения полного сопротивления самолета можно улучшить его устойчивость и управляемость, изменить характер распределения циркуляции в следе за крылом самолета. В особых случаях концевые устройства могут

быть использованы для выполнения функций управляющих поверхностей или для активного подавления флаттера.

Как показали расчетные и экспериментальные исследования, максимальный эффект от таких законцовок существенно зависит от числа аэродинамических элементов («перьев»), их геометрических размеров и расположения по хорде крыла, угла развала, установки и крутки по размаху каждого элемента. Экспериментальные исследования, проведенные ранее рядом авторов как у нас в стране, так и за рубежом [2, 3, 4], подтверждают, что с помощью «перьевых» законцовок в некоторых случаях можно добиться существенного увеличения аэродинамического качества крыла при дозвуковых скоростях.

Большим преимуществом применения многоэлементных законцовок, как и законцовок в виде шайб, является то, что их можно устанавливать на существующих самолетах без серьезных доработок конструкций крыла и в определенных случаях рассматривать как альтернативное решение увеличения удлинения крыла для повышения аэродинамического качества как на этапе проектирования, так и при совершенствовании существующих самолетов.

В данной статье основное внимание уделено влиянию многоэлементных законцовок на аэродинамическое качество и нагрузки, действующие на крыло.

МЕТОДИКА ИССЛЕДОВАНИЯ

Для выявления особенностей влияния многоэлементных («перьевых») законцовок на аэродинамические характеристики крыла дозвукового самолета были проведены экспериментальные (в аэродинамической трубе ЦАГИ Т-103) и расчетные (с использованием программы на основе метода тонкой несущей поверхности [5]) параметрические исследования на модели прямого крыла, выполненного из профиля СР-15-10, без сужения с удлинением $\lambda=5, 14$. На конце крыла устанавливался ряд (до 4 элементов) небольших ($\bar{S}=2S_{\text{п}}/S=3\%$) аэродинамических поверхностей большого геометрического удлинения $\lambda_{\text{п}}=2l_{\text{п}}/b_{\text{п}}=8$, где $S_{\text{п}}$, $l_{\text{п}}$, $b_{\text{п}}$ — площадь, размах и хорда законцовки соответственно). Эти элементы, выполненные из профиля П-20-10, с сужением $\eta_{\text{п}}=1$ и стреловидностью $\chi_{\text{п}}=0$ имели хорду, равную $1/7$ хорды базового крыла.

Законцовки могли быть установлены в любой из четырех позиций (№ 1, 2, 3, 4, рис. 1) вдоль концевой хорды крыла с различными углами развала Ψ от горизонтальной плоскости ($\Psi=-30^\circ, 0, 30^\circ$) и углами установки $\alpha_{\text{уст}}$ к вектору скорости набегающего потока ($\alpha_{\text{уст}}=-10^\circ, 0, 10^\circ$). Для оценки влияния удлинения «перьевых» законцовок на аэро-

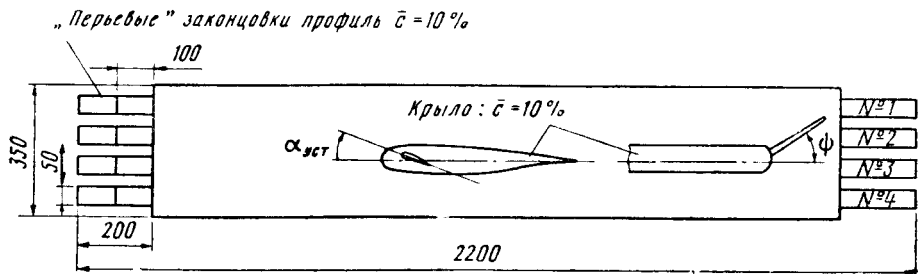


Рис. 1

динамические характеристики крыла рассматривались также законцовки с уменьшенным вдвое размахом. Геометрические размеры и параметры крыла с многоэлементными законцовками приведены на рис. 1.

Испытания проводились при малых дозвуковых скоростях потока $v=50$ м/с ($M=0,15$) в диапазоне углов атаки крыла $\alpha = -2^\circ \div 20^\circ$ при вычисленном по хорде крыла числе $Re=0,9 \cdot 10^6$, на законцовках при этом достигается $Re_{\text{п}}=0,13 \cdot 10^6$.

Суммарные аэродинамические силы и моменты измерялись на шестикомпонентных аэродинамических весах. Для оценки приращения изгибающего момента от установки законцовок испытания проводились при наличии законцовок только на одной стороне базового крыла. Для получения аэродинамических коэффициентов использовались площадь $S=0,77$ м² и хорда $b=0,35$ базового крыла.

Для более полного и детального анализа обтекания крыла с такого типа законцовками наряду с суммарными аэродинамическими коэффициентами использовались и распределенные характеристики, полученные методом тонкой несущей поверхности.

Сравнение полученных аэродинамических характеристик крыла с законцовками проводилось как по отношению к базовому крылу, так и по отношению к крылу увеличенного размаха до $L = L_{\lambda=5,14} + 2l_{\text{п}}$, имеющего удлинение $\lambda=6,28$.

РЕЗУЛЬТАТЫ ИССЛЕДОВАНИЯ

Законцовки на крыле самолета применяются с целью уменьшения индуктивного сопротивления и повышения устойчивости летательного аппарата. Было показано [1, 2], что получаемый выигрыш в сопротивлении от законцовок существенно зависит от характера распределения нагрузки по размаху и хорде основного крыла и законцовок при заданном значении суммарного коэффициента подъемной силы. Поэтому при одних и тех же геометрических размерах несущих систем «крыло+законцовки» большое значение имеет выбор профиля, крутки и угла установки концевых элемента. В данной работе рассмотрены упрощенные многоэлементные законцовки с целью выявления некоторых общих закономерностей, присущих таким концевым устройствам. Установка дополнительных несущих поверхностей приводит к увеличению сопротивления трения пропорционально площади элементов. В проведенных исследованиях увеличение площади поверхности составляло $\Delta \bar{S}=2,2\%$ для крыла большего размаха ($\lambda=6,28$) и $\Delta \bar{S}=3\%$ для крыла $\lambda=5,14$ от каждой «перьевой» законцовки. Обычно введение дополнительных поверхностей приводит к увеличению сопротивления c_{x_0} при нулевой подъемной силе. Так, переход от удлинения $\lambda=5,14$ к $\lambda=6,28$ приводит к увеличению c_{x_0} на 0,0016. В таблице приведена зависимость величины Δc_{x_0} от параметров дополнительных элементов при различном положении их на крыле (исходное положение «перьевых» закон-

Вариант законцовки	№3	№ 3, $\psi=30^\circ$	№ 3, $\psi=-30^\circ$	№4, $l=0,5$	№4	№ 1,2	№2, 3	№3, 4	№2, 3, 4
Δc_{x_0}	-0,0006	0,0000	0,0002	-0,0001	0,0006	0,0006	0,0006	0,0000	0,0005

цовок — $\Psi_n=0$, $\alpha_{уст}=0$, $l_3=l_3/l_n=1$). Видно, что в положении № 3 (см. рис. 1) по хорде и при угле установки $\alpha_{уст}=0$ величина c_{x_0} для системы «крыло+законцовки» меньше, чем у исходного крыла. Известно, что при $c_y=0$ вследствие наличия толщины профиля вблизи конца крыла существует перетекание воздуха между нижней и верхней поверхностями. Кроме того, при различных значениях нулевого угла атаки у исходного крыла и крыла с законцовками местные значения нагрузки в сечениях крыла $c_{y_{сеч}}$ будут отличны от нуля. Следовательно, индуктивное сопротивление крыла уменьшится, и это уменьшение, по-видимому, может даже превысить дополнительное профильное сопротивление от установки элементов. Данный эффект должен проявляться тем сильнее, чем больше толщина и кривизна профиля базового крыла. Поэтому правильный выбор параметров законцовок позволит не ухудшать характеристики исходного крыла при малых значениях коэффициента подъемной силы c_y .

При значениях $c_y \sim c_{y_{K_{max}}}$ основной вклад в увеличение аэродинамического качества системы вносит уменьшение индуктивного сопротивления от установки законцовок. Однако и здесь распределение нагрузки на элементе играет большую роль. По расчетам, в рамках теории тонкой несущей поверхности индуктивное сопротивление уменьшается с передвижением законцовки к задней кромке крыла. В то же время в эксперименте было достигнуто наибольшее аэродинамическое качество крыла с одним элементом, когда законцовка находилась в положении № 2 на концевой хорде крыла, т. е. в области максимальной толщины профиля (рис. 2).

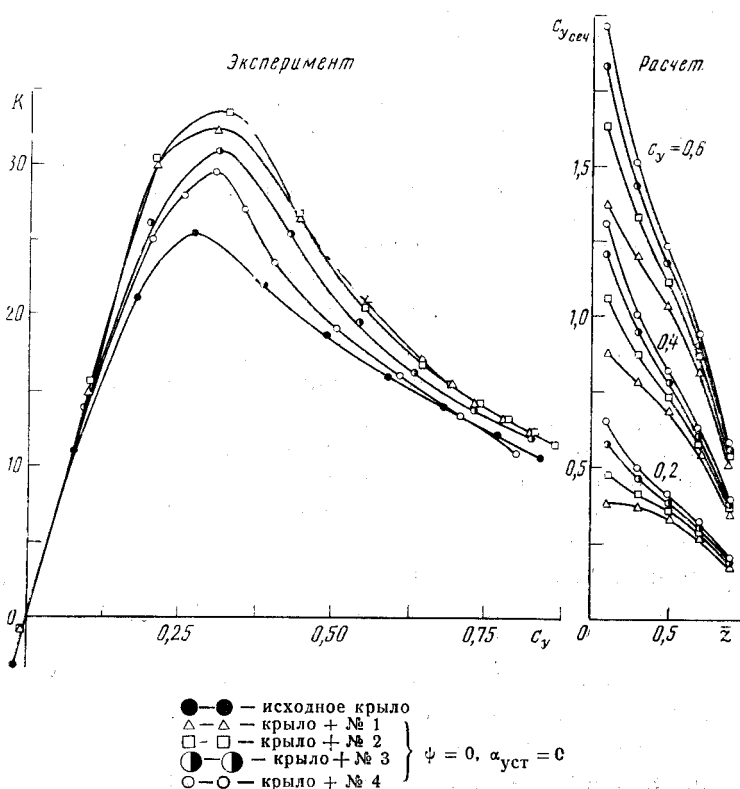


Рис. 2

На рис. 2 представлено изменение распределения $c_{y\text{сеч}}$ по сечениям законцовки при ее перемещении вдоль хорды. Из анализа зависимостей $K(c_y)$ и $c_{y\text{сеч}}(c_y)$ можно сделать вывод, что при $c_y=0,3\div0,4$ (т. е. в области K_{max}) на законцовке, находящейся около задней кромки крыла, возникает локальный отрыв потока в корневой ее части. Интенсивность и область отрыва увеличиваются с повышением коэффициента подъемной силы крыла. Так, при $c_y=0,6$ на большей части размаха законцовки независимо от ее положения по хорде значения $c_{y\text{сеч}}$ превышают критическую величину и, следовательно, имеет место обширный отрыв потока на законцовке. Поэтому, если при $c_y=0,4$ выигрыш в аэродинамическом качестве от установки законцовки $\Delta\bar{K}=20\div30\%$, то при $c_y=0,6$ он уменьшается до $\Delta\bar{K}=8\div12\%$.

Влияние угла установки $\alpha_{\text{уст}}$ на аэродинамические характеристики крыла с одной «перьевой» законцовкой показано на рис. 3. Наличие положительного угла установки $\alpha_{\text{уст}}=10^\circ$ по сравнению с $\alpha_{\text{уст}}=0$ привело не только к загрузке концевых сечений законцовки, но и к существенному неблагоприятному увеличению $c_{y\text{сеч}}$ в корневых сечениях при $c_{yK_{\text{max}}}$, что сразу же сказалось на аэродинамическом качестве. Установка концевой части на отрицательный угол, наоборот, приводит к значительной разгрузке концевой части и к уменьшению выигрыша в аэродинамическом качестве в области K_{max} . В то же время при больших значениях c_y приращение ΔK увеличилось по сравнению с вариантом, когда $\alpha_{\text{уст}}=0$, что свидетельствует о благоприятном обтекании законцовки при больших значениях c_y крыла.

Выбор параметров многоэлементных законцовок еще более сложен, так как количество варьируемых элементов, включая их взаимное положение, в этом случае значительно расширяется. На рис. 4 приводится расчетное распределение $c_{y\text{сеч}}$ по размаху законцовок в варианте «крыло+законцовки № 2 и 3» при $\alpha_{\text{уст}2}=\alpha_{\text{уст}3}=0$, показывающее, что нагрузки на заднюю законцовку значительно ниже, чем на законцовку, находящуюся впереди. Это объясняется тем, что задняя законцовка находится не только в поле скосов от крыла, но и в области отрицательных скосов от передней законцовки. Вследствие уменьшения реального угла атаки эффективность второй законцовки падает. Однако ее установка приводит к увеличению углов атаки в области передней законцовки, что сказывается на значениях $c_{y\text{сеч}}$ в корневой части переднего элемента при $c_y > c_{yK_{\text{max}}}$. Видно, что в данном случае эти сечения начинают работать при срывных c_y и поэтому выигрыш в аэродинамическом качестве в данном варианте не превышает увеличения в K от установки одной законцовки. Следовательно, изменяя угол установки первого и второго элементов, можно добиться взаимной благоприятной интерференции с точки зрения затягивания их отрывного обтекания. От перераспределения значений $c_{y\text{сеч}}$ следует ожидать уменьшения сопротивления первой законцовки и повышения эффективности второго элемента. Это хорошо подтверждается результатами испытаний при установке первого элемента на $\alpha_{\text{уст}}=-10^\circ$, представленными на рис. 4.

Такое сочетание позволило получить максимальное приращение аэродинамического качества $\Delta K=8,5$ ($\Delta\bar{K}=33\%$). При других вариантах установки многоэлементных законцовок может быть достигнуто еще большее приращение аэродинамического качества, а это накладывает некоторые ограничения на общность выводов, которые могут быть

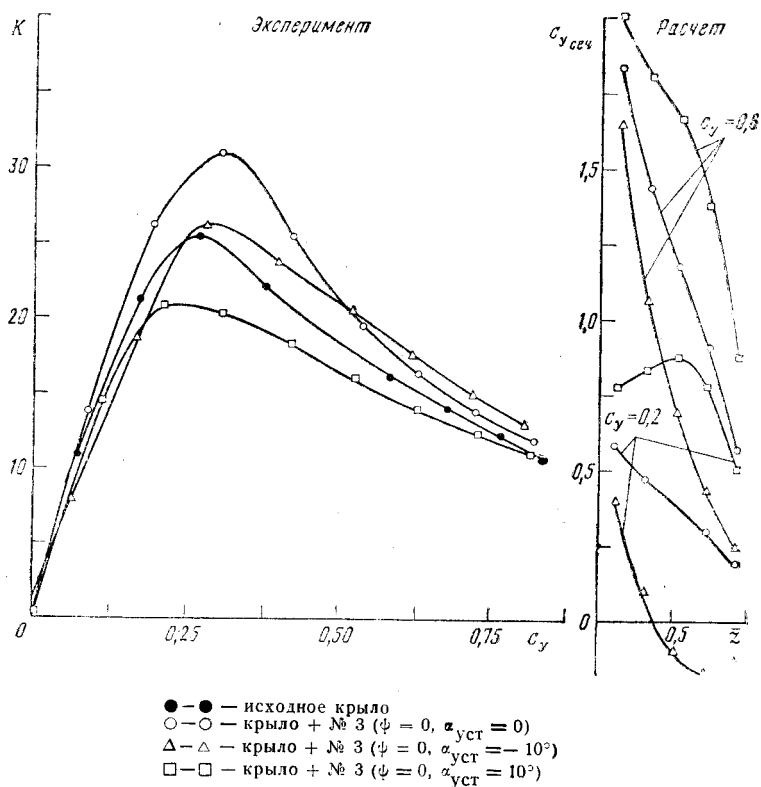


Рис. 3

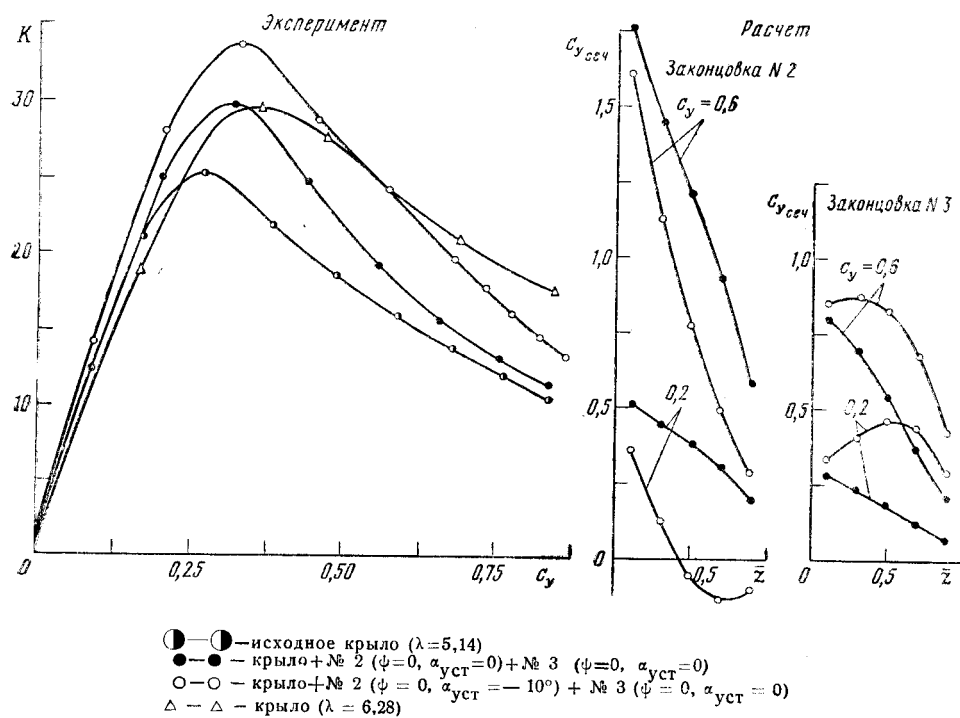


Рис. 4

сделаны на основе проведенных исследований, особенно при разработке законцовок на большие числа Маха.

Из приведенных результатов видно, что увеличение аэродинамического качества при наличии одной «перьевой» законцовки имеет место в узком диапазоне значений коэффициента подъемной силы c_y ($c_y \sim c_{yK_{\max}}$) и это приращение больше, чем у крыла равного размаха при $c_y < c_{yK_{\max}}$, но меньше при больших c_y , когда на законцовке вследствие ее малой хорды возникает отрыв потока. Установка законцовки на отрицательный угол $\alpha_{\text{уст}}$ снижает величину ΔK_{\max} , но несколько увеличивает аэродинамическое качество при больших c_y .

Соответствующий выбор геометрических параметров законцовок в случае двух или трех элементов позволяет значительно расширить область эффективности многоэлементных законцовок по значениям c_y . При этом приращение аэродинамического качества становится больше, чем у крыла равного размаха, и при $c_y > c_{yK_{\max}}$ (рис. 4, 5).

Угол развала «перьевых» законцовок имеет важное значение при наличии нескольких элементов, так как позволяет располагать их так, чтобы они не попадали в вязкий след от предыдущих, и позволяет снизить нагрузки, действующие от них на крыло.

При применении концевых устройств любого типа необходимо учитывать увеличение изгибающего момента относительно корня крыла, а также возникновение нагрузки в узлах крепления самих элементов. Выбор типа законцовок должен определяться запасом прочности базового крыла, а также ограничениями на габаритные размеры летательного аппарата. В качестве критерия эффективности законцовок можно выбрать величину отношения аэродинамического качества к из-

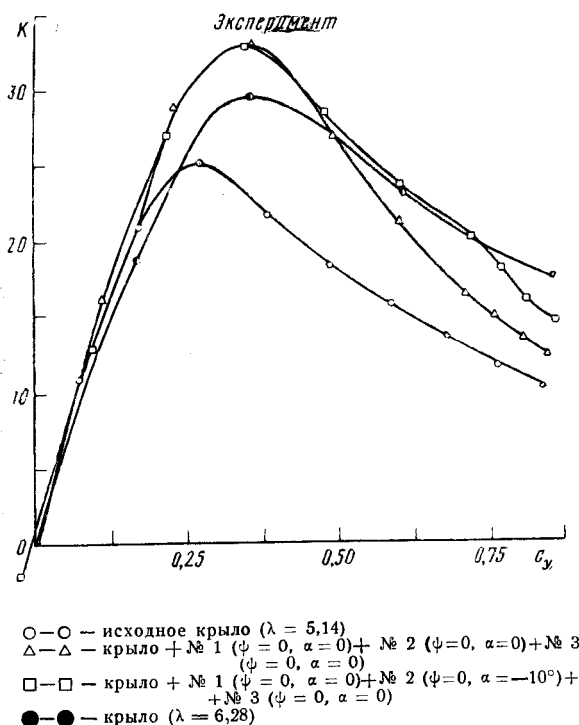
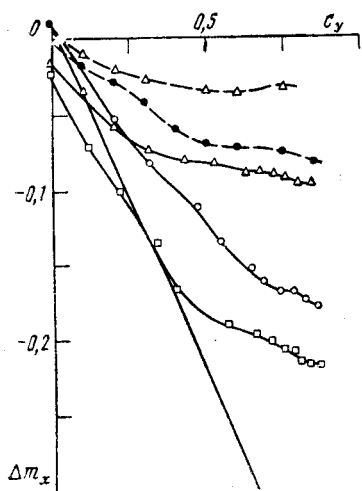


Рис. 5



- крыло ($\lambda = 6,28$)
 ○—○ — крыло + № 1 ($\alpha = -10^\circ$, $\psi = 0$) + № 2 ($\alpha = 0$, $\varphi = 0$)
 △—△ — крыло + № 3 ($\alpha = 0$, $\varphi = 0$)
 □—□ — крыло + № 2 ($\alpha = 0$, $\varphi = 0$) + № 3 ($\alpha = 0$, $\varphi = 0$) + № 4 ($\alpha = 0$, $\varphi = 0$)
 —●—●— — крыло + № 3 ($l = 0,5 l_n$) + № 4 ($l = 0,5 l_n$)
 —△—△— — крыло + № 3 ($l = 0,5 l_n$)

Рис. 6

Видно, что приращение в изгибающем моменте существенно зависит от числа «перьевых» законцовок и их геометрических параметров. Анализ аэродинамических характеристик показывает, что уже при двух законцовках аэродинамическое качество такой несущей системы превышает эффективность крыла равного размаха с обычной законцовкой, в то время как приращение изгибающего момента значительно ниже. При этом начиная с некоторого значения величины подъемной силы рост изгибающего момента крыла с законцовками практически прекращается, что связано с началом отрыва потока с законцовок и имеет большое значение при расчете такой несущей системы на прочность. Угол установки $\alpha_{уст}$ оказывает большое влияние на степень обтекания законцовки, т. е. определяет диапазон по c_y режимов их безотрывного обтекания и тем самым область максимального приращения аэродинамического качества.

Приращение изгибающего момента пропорционально размаху законцовок независимо от их количества на концевой хорде крыла и величины подъемной силы, однако оно меньше, чем у крыла с обычной законцовкой равного размаха, особенно при больших углах атаки α . Сравнение эффективности многоэлементных законцовок в виде отношения приращений аэродинамического качества и изгибающего момента в зависимости от коэффициента подъемной силы представлено на рис. 7. Видно, что в случае одной «перьевой» законцовки коэффициент эффективности E превышает значение E для крыла с обычной законцовкой только в узком диапазоне значений c_y , который определяется главным образом углом установки $\alpha_{уст}$. Величина E_{max} смещается в область больших значений c_y с уменьшением $\alpha_{уст}$, а также уменьшается с увеличением размаха законцовки. Наилучшие результаты как с точки зрения параметра E , так и с точки зрения диапазона эффективности по c_y

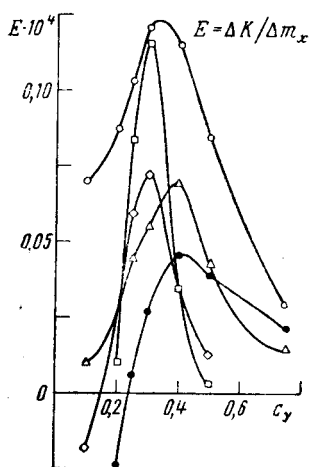


Рис. 7

гибющему моменту $E = \frac{\Delta K}{\Delta m_x}$ при заданном значении коэффициента подъемной силы.

На рис. 6 приведены изменения приращения изгибающего момента в различных конфигурациях многоэлементных законцовок.

имеет крыло с двумя «перьевыми» законцовками. При всех значениях c_y крыло с такими законцовками имеет больший параметр E , чем крыло равного размаха с обычной законцовкой (рис. 7). Результаты, полученные в проведенных сериях испытаний для трех законцовок, оказались несколько хуже, чем в случае наличия двух законцовок.

Установка «перевых» законцовок приводит к увеличению производной c_y^a и максимального коэффициента подъемной силы $c_{y_{\max}}$, а также к некоторому увеличению момента тангажа на пикирование $m_z(c_y)$.

ЛИТЕРАТУРА

1. Чичеров Н. А. Исследования влияния концевых шайб на аэродинамические характеристики крыльев. — В кн.: Сборник второй конференции по авиации стран—членов СЭВ. 28—29 октября 1987 г. НРБ.

2. Webber G. W., Dansby T. Wing tip devices for energy conservation and other purposes-experimental and analytical work in progress at Lockheed-Georgia company. — Canadian Aeronautics and Space Journal. 1983, v. 29, N 2.

3. Вожаев Е. С., Ананов Г. Г., Головкин М. А. и др. О некоторых возможностях повышения аэродинамического качества несущих систем с помощью концевых крылышек. — Труды ЦАГИ, 1984, вып. 2247.

4. Spillman J. J. Wing tip sails which give lower drag at normal flight speeds. — Aeronautic Journal, 1984, N 878.

5. Чичеров Н. А. Расчет аэродинамических характеристик крыла с концевыми шайбами по теории тонкой несущей поверхности. — Труды ЦАГИ, 1982, вып. 2170.

Рукопись поступила 15/VI 1989 г.

СОДЕРЖАНИЕ

Потенциал скорости в задаче обтекания конца прямоугольного крыла, имеющего толщину. <u>С. Ф. Петришин</u>	3
Некоторые результаты параметрических исследований крыльев с концевыми шайбами. <i>Н. А. Чичеров</i>	22
Исследования эффективности многоэлементных («перьевых») законцовок на прямом крыле при малых скоростях. <i>С. А. Кравченко, Н. А. Чичеров</i>	50

«Труды ЦАГИ», 1991, вып. 2504, 1—60.

Ответственные редакторы **Р. В. Балмина и В. М. Титов**
Издательский редактор **Н. И. Сидорова**

Технический редактор **О. В. Рожкова**

Корректор **Н. В. Морочко**

Сдано в набор 31.05.90.

Подписано в печать 29.01.91.

Формат бумаги 70×108^{1/16}.

Типографская № 1.

Литературная гарнитура.

Высокая печать.

Бум. л. 1,875.

Усл. печ. л. 5,25.

Уч.-изд. л. 6,15.

Тираж 218 экз.

Цена 70 коп.

Типография ЦАГИ. Заказ 2811.